

MATTHIEU LOUMAIGNE

# PHYSIQUE EXPÉRIMENTALE

L3 PHYSIQUE - UNIVERSITÉ D'ANGERS - SEPTEMBRE 2019







# Table des matières

<b>1</b>	<b>Préambule</b>	<b>5</b>
1.1	Quelques généralités . . . . .	5
1.2	Rédaction des comptes rendus . . . . .	6
1.2.1	Compte rendu numérique . . . . .	6
1.2.2	Quelques conseils . . . . .	6
1.2.3	Quelques exemples . . . . .	6
1.3	Listes de quelques outils numériques. . . . .	7
<b>2</b>	<b>Utilisation d'un logiciel de graphique scientifique</b>	<b>9</b>
2.1	Graphe scientifique . . . . .	9
2.2	Veusz - prise en main. . . . .	10
2.2.1	Le tutoriel . . . . .	11
2.2.2	Entrer des données . . . . .	11
2.2.3	Manipuler les données . . . . .	12
2.2.4	Tracer le graphe . . . . .	12
2.2.5	Aspect du graphe . . . . .	13
2.2.6	Legende . . . . .	13
2.3	Ajustement d'une courbe . . . . .	13
2.3.1	Export . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Quelques notions sur les calculs d'incertitudes</b>	<b>15</b>
3.1	Erreur ou incertitude? . . . . .	15
3.2	Incertitudes aléatoires et incertitudes systématiques . . . . .	15
3.2.1	Incertitude aléatoire . . . . .	15
3.2.2	Incertitudes systématiques . . . . .	16
3.3	Calcul des incertitudes aléatoires . . . . .	16
3.3.1	Estimer les incertitudes . . . . .	17
3.3.2	Réitérer les expériences . . . . .	17
3.3.3	Ajustement des données . . . . .	18
3.3.4	Loi statistique connue . . . . .	18
3.4	Notion de chiffre significatif. . . . .	18
3.5	Incertitude fractionnaire . . . . .	19
3.6	Notion de désaccord . . . . .	19

3.7 Propagation des incertitudes . . . . .	19
3.7.1 Méthode logarithmique . . . . .	20
<b>4 Polarisation</b>	<b>23</b>
4.1 Qu'est ce que la polarisation de la lumière? . . . . .	24
4.2 Outils pour modifier l'état de polarisation. . . . .	25
4.2.1 Polariseur ou polaroid . . . . .	25
4.2.2 lame mince biréfringente . . . . .	26
4.3 Production de lumière polarisée . . . . .	27
4.4 Matériel disponible . . . . .	27
4.5 Production de lumière polarisée . . . . .	28
4.6 Loi de Malus . . . . .	29
4.7 Écran LCD . . . . .	29
4.8 Biréfringence Calcite . . . . .	30
4.9 lame demi-onde . . . . .	30
4.10 lame quart-onde . . . . .	31
4.10.1 Filtre anti-réflexion . . . . .	32
4.11 Lunette 3D . . . . .	32
4.12 Microscopie en polarisation. . . . .	33
4.13 Photo-élasticité. . . . .	34
4.14 Activité optique . . . . .	34
4.15 Ellipsométrie . . . . .	36
4.16 Trois polariseurs et un paradoxe . . . . .	36
<b>5 Diffraction</b>	<b>39</b>
5.1 Diffraction par un seul objet . . . . .	40
5.1.1 Mise en évidence de la diffraction . . . . .	40
5.1.2 Diffraction par une fente . . . . .	40
5.1.3 Écrans complémentaires – Théorème de Babinet . . . . .	41
5.1.4 Acquisition numérique de la figure de diffraction . . . . .	42
5.1.5 Diffraction par une ouverture circulaire : tache d'Airy . . . . .	42
5.2 Diffraction par deux objets franges de Young . . . . .	43
5.2.1 Franges de Young . . . . .	43
5.2.2 Franges de Young en lumière blanche . . . . .	44
5.3 De la diffraction de 2 objets vers la diffraction de N objets . . . . .	44
5.4 Diffraction de N objets réparties aléatoirement. . . . .	45

5.5	Diffraction de N objets répartis périodiquement : le réseau . . . . .	45
5.5.1	Vérification expérimentale de la formule des réseaux . . . . .	46
5.5.2	Mesure du pas d'un CD, d'un DVD, d'un Blu-Ray. . . . .	46
5.5.3	Utilisation d'un réseau comme spectromètre . . . . .	48
<b>6</b>	<b>Vibration – Oscillateurs</b>	<b>51</b>
6.1	Les oscillateurs étudiés. . . . .	51
6.2	Etude d'un système linéaire . . . . .	52
6.2.1	Réponse impulsionnelle . . . . .	52
6.2.2	Étude fréquence par fréquence . . . . .	52
6.2.3	Réponse à un bruit blanc . . . . .	52
6.3	Oscillateur simple. . . . .	52
6.3.1	Le régime libre . . . . .	52
6.3.2	Les trois types d'évolution de l'oscillateur amorti . . . . .	54
6.3.3	Étude expérimentale du régime libre . . . . .	55
6.4	Résonateur de Helmholtz . . . . .	56
6.5	Deux osc. couplés . . . . .	58
6.5.1	Pendules de torsion couplés . . . . .	58
6.5.2	Deux pendules couplés par un ressort . . . . .	61
6.6	Chaîne osc. couplés. . . . .	62
6.6.1	Quatre pendules couplés par un ressort . . . . .	62
6.6.2	Chaîne d'oscillateurs électriques couplés . . . . .	62
<b>7</b>	<b>Ondes</b>	<b>65</b>
7.1	Corde de Melde . . . . .	65
7.2	Tube de Kundt et mesure d'impédance acoustique . . . . .	66
7.3	Figure de Chaldni. . . . .	68
7.4	Mode d'une cavité 3D . . . . .	70
7.4.1	Mode de résonance d'une pièce . . . . .	71
7.5	Onde dans un câble coaxial. . . . .	72
7.6	Acoustique musicale . . . . .	73
7.6.1	Notion de timbre et de hauteur . . . . .	73
7.6.2	La gamme tempérée . . . . .	74
7.6.3	Notion d'accord parfait . . . . .	74
7.6.4	Notion de formant . . . . .	75
7.6.5	Battement entre deux diapasons légèrement désaccordés . . . . .	75
7.7	Dispersion . . . . .	76
7.7.1	Définition de la dispersion . . . . .	76
7.7.2	Vitesse de phase et dispersion pour des ondes à la surface de l'eau . . . . .	76
7.7.3	Propagation guidée des ondes acoustiques dans l'air . . . . .	78
<b>8</b>	<b>Spectroscopie</b>	<b>81</b>

8.1	Calibration d'un spectromètre à double prisme . . . . .	82
8.2	Réalisation d'un spectroscopie à réseau . . . . .	83
	8.2.1 Construction et calibration du spectromètre . . .	85
	8.2.2 Mesure du spectre de sources usuelles . . . . .	85
8.3	Estimation de la constante de Planck . . . . .	88
8.4	Oxymètre . . . . .	88
8.5	Estimation de la constante de Rydberg . . . . .	89
8.6	Spectre de fluorescence de la rhodamine. . . . .	89
<b>9</b>	<b>OptoElectronique</b>	<b>91</b>
9.1	Programmation du contrôleur Arduino . . . . .	91
9.2	Préparation des fibres . . . . .	92
	9.2.1 Enlever la protection plastique . . . . .	92
	9.2.2 Cliver la fibre . . . . .	92
	9.2.3 Insertion de la fibre dans un mandrin . . . . .	93
9.3	Injection du laser dans la fibre . . . . .	93
9.4	Caractérisation d'une photodiode . . . . .	95
9.5	Mise en forme du signal électronique . . . . .	95
9.6	Décodage du message . . . . .	96
9.7	Caractéristique électrique d'une photodiode . . . . .	96
<b>10</b>	<b>Interférence en photon unique</b>	<b>99</b>
10.1	Description de l'expérience. . . . .	100
	10.1.1 Source de photon unique . . . . .	100
	10.1.2 L'interféromètre . . . . .	101
	10.1.3 Détecteur de photon unique . . . . .	101
	10.1.4 Le problème de la mesure quantique ou l'expé- rience "Which-path" . . . . .	102
	10.1.5 La gomme quantique . . . . .	102
10.2	Travail expérimental . . . . .	103
	10.2.1 Mis en évidence des interférence en photon unique	103
	10.2.2 Le problème de la mesure quantique . . . . .	103
	10.2.3 La gomme quantique . . . . .	103
10.3	Travail pour le CR. . . . .	104
	10.3.1 Résultats expérimentaux . . . . .	104
<b>11</b>	<b>Quelques expériences autour de la statistique de Poisson</b>	<b>105</b>
11.1	La statistique de Poisson . . . . .	105
	11.1.1 Définition d'un événement rare . . . . .	105
	11.1.2 La loi de Poisson . . . . .	105

11.1.3	Temps d'attente entre deux événements : loi exponentielle . . . . .	106
<b>11.2</b>	<b>Radioactivité et loi de Poisson . . . . .</b>	<b>107</b>
11.2.1	Source radioactive . . . . .	107
11.2.2	Compteur Geiger-Muller . . . . .	107
11.2.3	Mesure des temps de désintégration . . . . .	108
<b>11.3</b>	<b>Émission de photon et loi de Poisson . . . . .</b>	<b>108</b>
<b>11.4</b>	<b>Travail de Préparation . . . . .</b>	<b>108</b>
<b>11.5</b>	<b>Travail Expérimental . . . . .</b>	<b>108</b>
<b>11.6</b>	<b>Travail pour le CR. . . . .</b>	<b>108</b>
<b>12</b>	<b>Mécanique des fluides . . . . .</b>	<b>111</b>
<b>12.1</b>	<b>Expérience d'hydrostatique . . . . .</b>	<b>112</b>
12.1.1	Vérification de la loi de l'hydrostatique . . . . .	113
12.1.2	Poussée d'Archimède dans un liquide . . . . .	113
12.1.3	Mise en évidence de la poussée d'Archimède dans l'air . . . . .	114
12.1.4	Tube en U et mesure de masse volumique . . . . .	114
12.1.5	Ludion . . . . .	114
12.1.6	Mesure de la masse volumique d'un solide . . . . .	115
<b>12.2</b>	<b>Tension de surface . . . . .</b>	<b>115</b>
12.2.1	Mesure de la tension de surface par la méthode d'arrachement . . . . .	116
12.2.2	Loi de Jurin . . . . .	117
12.2.3	Mesure de la tension de surface par angle de contact . . . . .	117
12.2.4	Mesure de la tension de surface par pesée d'une goutte . . . . .	118
<b>12.3</b>	<b>Écoulements à faible nombre de Reynolds. . . . .</b>	<b>119</b>
12.3.1	Écoulement laminaire rampant : application à la mesure de la viscosité d'un liquide . . . . .	119
12.3.2	Écoulement laminaire de Poiseuille : application à la mesure de la viscosité de l'air . . . . .	120
<b>12.4</b>	<b>Écoulement à grand nombre de Reynolds . . . . .</b>	<b>123</b>
12.4.1	Mesure de la vitesse d'un écoulement : tube de Pitot . . . . .	123
12.4.2	Mesure d'un débit volumique : tube de Venturi . . . . .	124
12.4.3	Lévitiation d'une sphère (effet Coandă) . . . . .	124
12.4.4	Mesure de coefficient de traînée . . . . .	125
12.4.5	Étude d'un profil d'aile . . . . .	126
12.4.6	Mesure de la traînée et de la portance sur un profil d'aile . . . . .	127
<b>13</b>	<b>Thermodynamique . . . . .</b>	<b>129</b>
<b>13.1</b>	<b>Changement d'état . . . . .</b>	<b>129</b>
13.1.1	Étude de la chaleur latente de vaporisation et de la pression de vapeur saturante de l'eau . . . . .	129

13.1.2	Pallier de solidification et surfusion du Gallium	132
13.1.3	Transition ferro vers paramagnétique du gadolinium . . . . .	134
13.2	Étude d'une pompe à chaleur . . . . .	134
13.3	Étude de la conductivité thermique le long d'une barre . . .	138
13.4	Détermination de la conductivité thermique de matériaux de construction . . . . .	141
13.5	Calorimétrie . . . . .	144
13.5.1	Mesure de la capacité thermique d'un métal et la loi de Dulong et Petit . . . . .	144
13.6	Effet Hall . . . . .	145
13.6.1	Rappels théoriques . . . . .	145
13.6.2	Description du dispositif expérimental . . . . .	147
13.7	Cycle d'hystérésis d'un matériau ferromagnétique . . . . .	149
13.8	Thermométrie : calibration de deux sondes de températures . . . . .	150
13.9	Rayonnement : Vérification de la loi de Stefan-Boltzmann . . . . .	150
<b>A</b>	<b>Diagramme de Mollier</b>	<b>155</b>
<b>B</b>	<b>Liste Matériel</b>	<b>157</b>
B.1	Optique . . . . .	157
B.1.1	Polarisation . . . . .	157
B.1.2	Diffraction . . . . .	157
B.2	Ondes . . . . .	158
B.3	Vibration . . . . .	158

# 1 Préambule

*Dis-moi et j'oublierai.  
Montre-moi et je m'en souviendrai peut-être.  
Fais-moi participer et je comprendrai.*  
Confucius

## 1.1 Quelques généralités

Au fil de vos études en physiques, vous allez, assez schématiquement<sup>1</sup>, avoir à faire un choix entre trois approches de la physique : la théorie, l'expérience et la simulations numérique. Ce cours de physique expérimentale a évidemment pour but de développer l'aspect expérimentateur, mais il a aussi pour objectif d'apporter un nouveau regard sur les connaissances théoriques que vous avez acquises (ou que vous allez acquérir) durant l'année de L3.

Plus généralement, la démarche scientifique, à *douter*.

Changer un paramètre à la fois.

L3

Contrairement où on cherche à prouver que l'on a raison, un expérimentateur cherche à prouver que ses hypothèses sont *fausses*. Ce n'est qu'après avoir s'être assuré de l'impossibilité de démontrer qu'un scientifique peut commencer à affirmer que l'hypothèse, dans une certaine mesure, est vraie.

Savoir faire et critiquer une mesure Très peu développé dans la société<sup>2</sup> et donc rechercher sur le marché du travail pour peu que l'on puisse le mettre en avant.

Savoir réaliser des expériences : Patience, habilité et rigueur.

Ne pas être trop directif, trop artificiel dans la démarche scientifique.

A la limite, l'exactitude des résultats expérimentaux est presque secondaire, ce qui compte est *la démarche expérimentale*. A titre personnel, dans un compte rendu de TP, je préfère un résultat d'expérience incorrect mais où les causes sont clairement discutées plutôt qu'un résultat correct sans aucun commentaire.

## Sommaire

<b>1.1</b>	<b>Quelques généralités . . . . .</b>	<b>5</b>
<b>1.2</b>	<b>Rédaction des comptes rendus . . . . .</b>	<b>6</b>
<b>1.3</b>	<b>Listes de quelques outils numériques . . . . .</b>	<b>7</b>

1. Les frontières sont heureusement très perméables entre les trois approches, néanmoins, c'est un fait, au sein d'un laboratoire, on fait nettement la distinction entre physicien théoricien et physicien expérimentateur.
2. Quand on annonce 52% vs 48%, savoir que la barre d'erreur est de, par exemple 2%, est crucial.

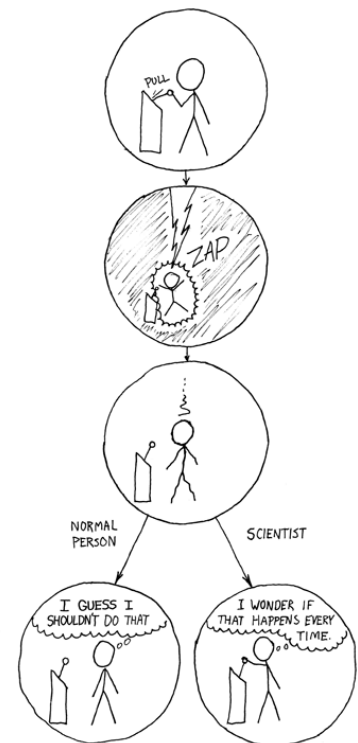


FIGURE 1.1: Randal Munroe – *the difference* – xkcd <https://xkcd.com/242/>

## 1.2 Rédaction des comptes rendus

### 1.2.1 Compte rendu numérique

Dans la mesure du possible, je souhaite avoir des comptes-rendus de TP au format *numérique* et non papier. Cela permet :

- à chaque membre du binôme/trinôme de garder une trace écrite du TP.
- de partager facilement le compte-rendu lors de sa rédaction et donc favoriser la relecture du compte rendu.
- d'intégrer facilement des graphes et des photos d'expériences.

Je suis conscient qu'un CR numérique pose deux problèmes majeurs : les équations et les dessins/schémas fait à la main. Concernant les équations, d'une part elles doivent être rares dans un CR de TP et d'autre part l'éditeur d'équation intégré à Libre office est relativement facile à utiliser. Concernant les dessins fait à la main, vous pouvez les réaliser avec un logiciel de dessin vectoriel comme Inkscape en essayant de le schématiser le plus possible. Il est toujours aussi possible de scanner le schéma pour l'intégrer au document numérique.

### 1.2.2 Quelques conseils

1. Soigner les graphes (voir le chapitre 2 p.9).
2. Toujours discuter des incertitudes. A minima, réfléchir aux chiffres significatifs.
3. Commenter et mettre en perspective vos résultats.
4. Vous pouvez faire des copier coller de sources internet (de wikipédia par exemple), mais, d'une part, il est toujours plus souhaitable pour votre compréhension personnelle de reformuler et d'autre part il faut *absolument*<sup>3</sup> citer la source.

3. J'insiste : *absolument*. De plus, au delà d'un éventuel dilemme moral, cela se voit tout de suite pour le lecteur. Il n'y a pas pire pour décrédibiliser votre travail qu'un copier-coller flagrant sans aucune source.

4. Cette liste est en constante évolutions ... J'attends vos contributions!

### 1.2.3 Quelques exemples

4

"En superposant la courbe expérimentale et la loi de Duperray on obtient des valeurs *plus ou moins* proche à partir de 100 °C"

En superposant les données expérimentales avec la loi de Duperray, on peut remarquer que les courbes sont pratiquement confondues. L'écart relatif est toujours inférieur à 5%.

"On n'obtient pas une « vraie » droite".

Les guillemets plutôt que "d'excuser" une erreur ont au contraire tendance à souligner le fait que l'on n'a pas trouvé le mot adéquat pour traduire en mots sa pensée. Il faut donc essayer d'en limiter au maximum l'usage.



### 1.3 Listes de quelques outils numériques

Voici une liste <sup>5</sup> d'outils numériques qui pourrait vous être utile pour la rédaction des comptes-rendus :

- *Libre Office* <sup>6</sup> Aussi connu sous le nom d'open office, en particulier :
  - *Writer* pour la rédaction et la mise en page <sup>7</sup> du compte-rendu.
  - Le tableur *Calc* pour manipuler dynamiquement des valeurs numériques <sup>8</sup>.
 et d'autre part le tableur s'avère très utile
- *Veusz* qui est le logiciel que nous utiliserons pour tracer les graphes (voir chapitre 2 p.9)
- *Inkscape* qui est un logiciel de dessin vectoriel pour vos schémas <sup>9</sup> <sup>10</sup>
- *GIMP* pour le traitement des images au format bitmap pour retoucher les photos par exemple.

5. non exhaustive et partielle

6. Pour beaucoup de raisons, il est, de mon point de vue, largement préférable d'utiliser des outils open source plutôt que la suite bureautique de Microsoft.

7. Si cela n'est pas le cas prenez une demi-heure pour apprendre à utiliser un minimum le logiciel :

- Apprendre à utiliser les styles (Titre 1, Titre 2).

- Apprendre à insérer des formules. Si vous avez un peu d'expérience en latex, pensez à regarder l'extension TexMaths

- Mettre les numéros des pages

8. Les graphes seront effectués préférentiellement avec Veusz

9. Vous trouverez sur internet beaucoup de bout de schémas facilement modifiables.

10. N'hésitez pas à utiliser le tutoriel intégré au logiciel. La prise en main du logiciel demande environ 30 minutes.



## 2 Utilisation d'un logiciel de graphique scientifique

UN GRAPHE est l'un des outils indispensable d'un physicien pour transmettre efficacement le résultat d'une expérience.

Un graphe :

- Est beaucoup plus facile à interpréter qu'un tableau avec des nombres.
- Affiche beaucoup d'information dans peu d'espace.
- Permet de donner une interprétation aux données.
- Est facile à faire avec les bon outils

Nous utiliserons le logiciel *Veusz* developpé par Jeremy SANDERS car il est :

- Gratuit et open source
- multi-plateforme (windows, osX, linux)
- Simple, performant et élégant.

Nous allons tout d'abord donner quelques conseils sur la réalisation d'un graphe scientifique puis nous allons voir les fonctions essentielles de *Veusz*<sup>1</sup>.

### 2.1 Réussir son graphe scientifique

Afin de planter le décor, la figure 2.1 montre ce qu'est un (très) mauvais graphe scientifique.

Dressons la liste de ce que doit absolument comporter un graphe :

- *Un titre*. Ce dernier permet de donner le contexte et donc un cadre pour l'interprétation des données. Le titre n'est pas forcément écrit sur le graphe, il peut être dans la légende (c'est à dire le texte figurant sous la figure) de la figure.  
NB : Répéter le noms des axes (pression vs température) n'est *pas un bon titre*. Le titre doit dire comment l'expérience a été menée et qu'elle était son but.
- *Des axes avec un nom*. Il faut toujours nommé les axes même s'ils sont mentionnés dans le titre (voir figure 2.2).

## Sommaire

2.1 Graphe scientifique . . . . .	9
2.2 Veusz - prise en main . . . . .	10
2.3 Ajustement d'une courbe. . .	13

1. Version 2.0.1

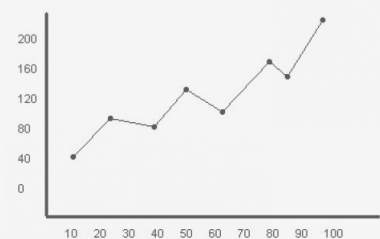


FIGURE 2.1: Exemple type d'un graphe que je retrouve souvent dans les comptes-rendus...

2. Il y a une ambiguïté avec le terme "légende" qui veut aussi dire le texte présent sous le graphe visant à . Ici, on parle d'un encart sur le graphe permettant de repérer les différentes courbes.
3. Il faut néanmoins faire attention au fait que le graphe pourrait être imprimé en noir et blanc. D'autre part, il faut aussi penser aux personnes daltoniennes (4% de la population) qui risque de ne pas pouvoir distinguer les courbes. Il faut donc jouer sur l'intensité des couleurs en pensant plus en terme de valeur de gris qu'en terme de couleurs.
4. Ou encore pire tracer une ligne qui interpole les points de mesure.

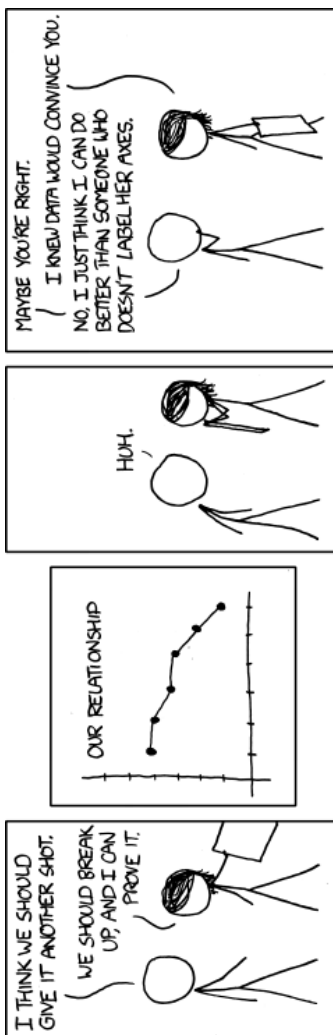


FIGURE 2.2: Randal Munroe – *convincing* – xkcd <https://xkcd.com/833/>

5. Par exemple, dans *Veusz*, un point de mesure est intrinsèquement relié à l'erreur associé à cette mesure.

- *Des axes avec une unité.* A nouveau cela est indispensable à la bonne interprétation du graphe. Dans le cas où la grandeur n'a pas d'unité ou que cela n'a pas d'importance pour ce graphe ajouter u.a. (pour unité arbitraire).
- *Des axes lisibles* Le nom des axes et le chiffres doivent être assez grand. Il est difficile d'être plus précis car cela dépend des dimensions du graphe.
- *Une légende*<sup>2</sup>. Si vous tracez plusieurs courbes sur le même graphe, il faut pouvoir les repérer grâce à la légende. D'autre part, il faut aussi pouvoir distinguer les différentes courbes vous avez pour globalement trois méthodes :
  - La couleur<sup>3</sup> des courbes.
  - Le tracé des courbes (trait pleins, pointillés, tiret, ...)
  - Les marqueurs des points de mesures (rond, croix, carré, triangle, ...)
- *Des barres d'erreur.* A minima, la taille des marqueurs peut donner une idées des incertitudes sur les mesures.
- *Des annotations.* Avec du texte et des flèches pour attirer l'attention du lecteur sur un/des point(s) important(s) du graphe.

Dressons aussi une liste de ce qu'il ne faut généralement pas faire :

- ⊗ *Relier*<sup>4</sup> les points de mesures Relier les points est déjà une *interprétation* des mesures. Il faut s'en tenir aux points et aux barres d'erreur. Pour tracer une courbe permettant de donner un sens global à l'expérience, il faut faire un *ajustement* des données.
- ⊗ *Surcharger* description
- ⊗ *Inverser les axes* L'axe horizontal (les abscisses) doit être la variable que l'on fait changer dans l'expérience (typiquement la cause), et l'axe vertical (les ordonnées) doit être le résultat des mesures (la conséquence).

La figure 2.3 montre un exemple de ce que l'on peut considérer comme un bon graphe. Noter les axes qui sont très présents, la légende très détaillée, les flèches pour indiquer l'évolution des courbes.

## 2.2 *Veusz* - prise en main

Tout d'abord, le logiciel *Veusz* n'est *pas un tableur*. Les données ne sont pas une liste de nombre dans des colonnes et lignes d'un tableau. Les données sont ici des objets<sup>5</sup>, appelé Dataset, qui peuvent être représentées sous forme de graphe et/ou de tableau.

La démarche typique pour obtenir un graphe est :

1. Rentrer ou importer les données expérimentales.
2. Manipuler les données (par exemple prendre le logarithme d'une température).
3. Faire tracer le graphe.

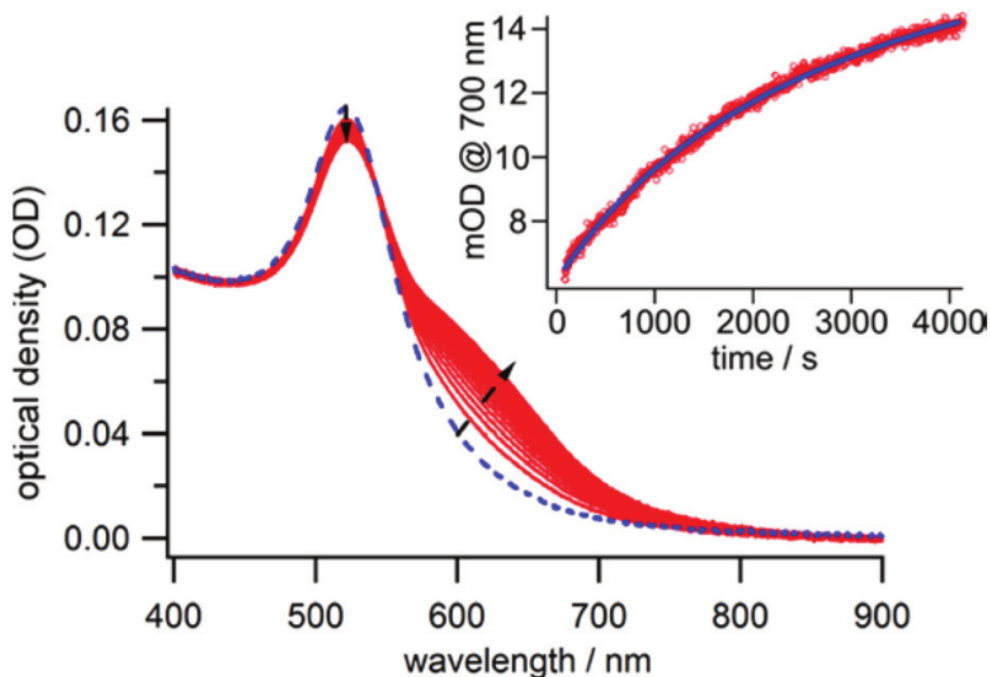


FIGURE 2.3: Évolution pendant 4000 s du spectre d'extinction de nanosphères d'or de 20 nm de diamètre fonctionnalisées avec de l'acide lipoïque dans un tampon acétate de concentration 6mM pH 5.1. La courbe hachurée en bleue représente le spectre initial avant la dimérisation. Encart : évolution temporelle de la densité optique à 700 nm (cercle rouge). La ligne bleue est un ajustement par l'équation (a) des données expérimentales avec une constante cinétique  $k = 4.4 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ . Figure tirée de l'un de mes articles.

4. Modifier l'aspect du graphe pour le rendre pertinent (donner un nom aux axes, etc)
5. Éventuellement effectuer un ajustement (un "fit") des données expérimentales avec un modèle pour étudier l'accord théorie-expérience et/ou en déduire de nouvelles quantités (exemple)

### 2.2.1 Le tutoriel

Un tutoriel dynamique a spécifiquement été mis au point par le développeur du programme. C'est par conséquent la meilleure façon de découvrir les fonctions du logiciels.

*Help* → *Tutorial*

### 2.2.2 Entrer des données

Vous avez principalement quatre<sup>6</sup> façons d'entrée des données :

- *Rentrer les données "à la main"*. C'est cette méthode que vous pouvez utiliser en TP lorsque vous rentrez les points de mesures.

*Data* → *Editor* → *New* → *Numerical dataset*

- *Importer les données* Vous pouvez importer un fichier provenant par exemple de Latis-Pro, Audacity, d'un oscilloscope, d'audacity ...

*Data* → *Import*

Vous pouvez aussi en même temps rentrer les incertitudes liée à la mesure

- *Comme une fonction de données existante* Il s'agit de la démarche que vous utilisez lorsque sous un tableur vous créer une nouvelle

6. Nous ne parlerons pas ici de la méthode "Capture" qui permet de relier Veusz à un autre logiciel

colonne qui est fonction d'une autre.

*Data* → *Create* → *Expression using existing datasets*

— *Procéduralement* Cela est particulièrement utile pour créer un intervalle de valeur sur lequel ensuite appliquer une fonction.

*Data* → *Create* → *Value or range* ou *Parametric*

NB : Bien penser à un donner un nom pertinent à la "Dataset" (par exemple, a minima, T plutôt que "new dataset 22" pour une température). Cela permet, d'une part, de mieux se repérer lorsque l'analyse de l'expérience nécessite de manipuler de nombreux dataset. Cela permet aussi de manipuler plus facilement les dataset lorsqu'on les fait intervenir dans des expressions mathématiques.

### 2.2.3 Manipuler les données

On peut facilement créer de nouveau dataset à partir de dataset existants. Créons par exemple à partir d'une liste de température, une liste du logarithme des ces mêmes températures. Pour ce faire : *Data* → *Create* →

7. Les fonctions mathématiques (cos, ln, sqrt, ...) sont les mêmes que celles utilisés en python.

On choisit alors l'option "Expression using existing dataset" et on rentre dans "Value" l'expression  $\ln(T)$ , puis enfin on clique sur "create".

8. En français "bitoniau"

### 2.2.4 Tracer le graphe

Veusz fonctionne avec le concept de "widget"<sup>8</sup>.

A partir d'un document, on ajoute une page, qui elle-même peut contenir plusieurs graphes ce dernier contenant des axes et des tracés. Les widgets suivent donc une arborescence et sont accessibles dans la colonne de gauche du logiciel.

9. J'utilise ici sciemment la terminologie anglaise

Chaque widget possède des propriétés qui peuvent être modifiées.

Il faut donc ajouter un "plot" (i.e. un graphique) au graphe en cliquant par exemple sur l'icône associée ou via le menu *Insert*

Il existe plusieurs type de "plot". Le plus courant est de type<sup>9</sup> "scatter" (*Insert* → *add xy*) où on se contente de tracer des points  $y = f(x)$ , sans les reliés, et en prenant compte les incertitudes sur les mesures par des barres d'erreur. Plus marginalement, vous aurez aussi à utiliser des graphiques polaires (*Insert* → *add polar*) pour certaines mesures du TP polarisation, ou encore des graphiques avec des barres (*Insert* → *add bar*) pour tracer les histogrammes lors du TP sur la statistique de Poisson.

Il faut ensuite sélectionner dans la partie editing le "plot", on peut alors donner quelles dataset va jouer le rôle des abscisses (X data) et quel dataset va jouer le rôle des ordonnées (Y data).

### 2.2.5 Aspect du graphe

Il s'agit ici d'essayer d'appliquer les conseils donnés à la section 2.1.

Pour ce faire, on peut modifier l'aspect de n'importe quel widget. Il suffit de le sélectionner dans la zone "editing" (la colone de gauche en haut) et les options de modifications apparaissent dans les colonnes *Properties* et *Formatting* de gauche en bas.

### 2.2.6 Legende

Si le graphe comporte plusieurs courbes (par exemple ), il faut pouvoir distinguer chaque courbe et pour cela mettre une légende. Cela se fait assez facilement en :

1. Remplissant la case "Key text" des "properties" de chaque "plot", puis en insérant le widget "key" (*Insert* → *add key*) au graphe.

## 2.3 Ajustement d'une courbe

On ajoute un fit à un graphe via le widget "fit" (*Insert* → *add fit*).

Parmi les "properties" du widget fit on trouve :

*Function* Qui est la fonction utilisée pour modéliser les données expérimentales. La variable de cette fonction est le caractère  $x$ . Vous pouvez rajouter autant de paramètre que vous voulez pour ajuster les données expérimentales; ces derniers doivent être répertoriés dans la case *Parameters*.

*Parameters* Vous devez lister ici les paramètres utiliser dans l'ajustement. La procédure d'ajustement retournera les valeurs les plus pertinentes des paramètres qui permettent de décrire les données expérimentales compte tenu du modèle choisi.

*X data* Ici vous devez mettre le nom de la dataset qui joue le rôle de la variable  $x$  dans la case "function".

*Y data* Ici vous devez mettre le nom de la dataset qui joue le rôle de l'ordonnée sur le graphe dont on cherche un ajustement.

### 2.3.1 Export

NB : Penser à sauvegarder votre graphe.

L'export du graphe au format<sup>10</sup> image (jpeg, png, bmp, ...) ou pdf, se fait via : *File* → *Export*.

10. Le format png est intéressant car il permet une compression non destructive du graphe (contrairement au jpeg).





## 3 Quelques notions sur les calculs d'incertitudes

La prise en compte des incertitudes de mesures est un des éléments qui permet de reconnaître facilement un physicien débutant d'un physicien plus expérimenté.

Nous allons ici aborder les éléments essentiels pour la bonne prise en compte des incertitudes sur les mesures expérimentales.

### 3.1 Erreur ou incertitude ?

Faut-il parler d'erreur sur la mesure ou d'incertitude ?

L'erreur est la différence entre la valeur mesurée et la valeur « vraie ». Mais la valeur vraie est souvent inconnue (puisqu'on la cherche). Dit autrement, comme nous ne sommes pas sûrs de la valeur vraie, nous ne sommes pas aussi sûrs de la valeur vraie de l'erreur. C'est pour cela que l'on ne parlera pas d'erreur sur la mesure mais plutôt d'incertitude sur la valeur mesurée.

L'incertitude d'une mesure traduit les tentatives scientifiques pour estimer l'importance de l'erreur commise.

### 3.2 Incertitudes aléatoires et incertitudes systématiques

Les incertitudes expérimentales révélées par des mesures répétées sont des incertitudes aléatoires, les autres étant dites systématiques. Donnons quelques exemples pour illustrer cette assertion.

#### 3.2.1 Incertitude aléatoire

Lorsqu'on mesure la période d'oscillation d'un pendule avec un chronomètre manuel, on constate qu'en répétant les mesures on trouve des résultats légèrement différents, dus principalement aux réflexes de l'expérimentateur. De façon équivalente, si on demande à chaque étudiant d'une classe de mesurer par exemple une distance avec le même mètre, on va observer des variations aléatoires entre les dif-

## Sommaire

3.1 Erreur ou incertitude ? . . . . .	15
3.2 Incertitudes aléatoires et incertitudes systématiques . . . . .	15
3.3 Calcul des incertitudes aléatoires . . . . .	16
3.4 Notion de chiffre significatif . . . . .	18
3.5 Incertitude fractionnaire . . . . .	19
3.6 Notion de désaccord . . . . .	19
3.7 Propagation des incertitudes . . . . .	19

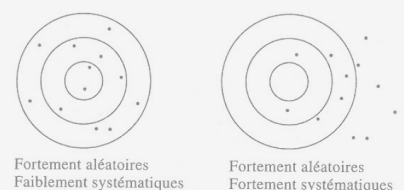


FIGURE 3.1: Illustration des incertitudes aléatoires et systématiques 1/2

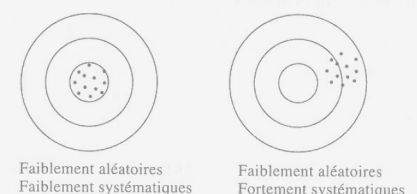


FIGURE 3.2: Illustration des incertitudes aléatoires et systématiques 1/2

1. Il s'agit de la loi normale tendant vers une gaussienne centrée sur la valeur vraie.

2. voir partie 13.1.1 p.129

3. En ce sens, Il s'agit plus d'un problème pour le monde de la recherche que des TP.

4. Ce fut par exemple le cas, en 2012, pour les neutrinos dont la vitesse avait été mesurée légèrement supérieure à la vitesse de la lumière. Il s'avère, en fait, qu'il s'agissait d'une erreur systématique non détectée avant de publier l'information : un branchement défectueux d'un câble de synchronisation optique des horloges de précision.

On retiendra que les incertitudes systématiques peuvent être pernicieuses...

5. Les trois premières méthodes partent de l'hypothèse que les incertitudes proviennent de différentes causes aléatoires et a priori décorréliées. Par conséquent, les incertitudes suivent peu ou prou une loi normale, c'est à dire une gaussienne (cf Théorème central limite)

6. On parle souvent de "fit" qui est le mot anglais correspondant

férentes mesures. On parle d'incertitude aléatoire. Le résultat de la mesure est caractérisé par une distribution de probabilités<sup>1</sup> réparties autour de la valeur vraie (dans le cas d'incertitudes purement aléatoires).

On va présenter par la suite deux méthodes pour estimer les incertitudes aléatoires.

### 3.2.2 Incertitudes systématiques

Un chronomètre mal étalonné, sous estimant les durées, reste indécélable par le procédé de mesure réitérée. L'étude statistique ne le détectera pas. On parle d'incertitudes systématiques.

C'est le cas par exemple du manomètre utilisé pour la mesure de la chaleur latente de vaporisation<sup>2</sup> de l'eau. Il indique presque 4 bar lorsque l'eau est en équilibre liquide vapeur à  $T=100$  °C.

Il n'y a *pas* de méthode pour estimer les incertitudes systématiques. Ces dernières sont souvent beaucoup plus difficiles à déceler, mais une fois que cela est le cas il est souvent facile d'en tenir compte (par exemple soustraire 3 bar au mesure du manomètre). Bien qu'il soit facile d'en tenir compte, il est souvent assez long de se débarasser expérimentalement d'une erreur systématique. Cela implique très souvent de revoir totalement le protocole expérimental, de réétalonner le matériel avec un matériel plus précis, ou de remplacer le matériel défectueux et vous n'avez pas le temps en TP pour effectuer ces opérations<sup>3</sup>.

Lorsque les résultats expérimentaux, compte-tenu des erreurs aléatoires, s'écartent fortement de la valeur attendue, il est courant de chercher une source d'incertitude systématique qui n'aurait pas été encore détectée<sup>4</sup>.

## 3.3 Calcul des incertitudes aléatoires

Il existe plusieurs méthodes<sup>5</sup> pour estimer voire calculer les incertitudes aléatoires :

- Estimer puis combiner les différentes sources d'incertitude sur la mesure.
- Répéter plusieurs fois la même mesure et appliquer un traitement statistique.
- Ajuster<sup>6</sup> les données expérimentales à un modèle théorique.
- Appliquer une loi bien définie lorsque cela est possible comme par exemple la statistique de Poisson quand on compte des événements rares et indépendants.

### 3.3.1 Estimer les incertitudes

C'est la méthode qui est la plus souvent utilisée en TP alors qu'elle est moins rigoureuse que la méthode suivante car elle a tendance à *sur-estimer* l'incertitude.

Il s'agit d'effectuer des évaluations raisonnables de l'incertitude en faisant appel à *un peu de bon sens*. L'incertitude peut provenir de l'appareil de mesure ou des conditions expérimentales.

Par exemple pour déterminer l'interfrange  $i$  des interférences au sein de la tache centrale dans l'expérience des trous d'Young<sup>7</sup>, on peut estimer d'une part, qu'un double décimètre a une précision de l'ordre du mm et d'autre part que la précision pour déterminer à l'œil les minima d'intensité est de l'ordre de quelques mm. On peut donc prendre comme incertitude sur la mesure de  $i$ ,  $\Delta i$ , une valeur de 1 voire 2 mm.

Il faut souvent aussi se référer à la notice constructeur de l'appareil de mesure. Ce n'est pas parce que un Générateur Basse Fréquence (GBF) affiche une fréquence de 102.78 Hz, que l'on peut considérer que l'erreur sur la fréquence est de 0.01 Hz, elle est très souvent beaucoup plus grande.

L'estimation des incertitudes n'est donc clairement *pas une science exacte*, il n'y a pas de règles absolues et on peut souvent avoir l'impression de manquer de rigueur. Cela est en partie vrai, mais le vrai manque de rigueur serait de ne pas prendre en compte du tout les incertitudes.

### 3.3.2 Répéter les expériences

Le principe est relativement simple, on effectue la mesure plusieurs fois pour réaliser une statistique. Idéalement, la mesure devrait être réalisée par plusieurs expérimentateurs différents<sup>8</sup>.

En supposant que la statistique suit une loi normale alors :

— La meilleure évaluation de la valeur « vraie » est la *valeur moyenne* :

$$\bar{x} = \frac{\sum_i x_i}{N} \tag{3.1}$$

où les  $x_i$  sont les différents résultats des mesures et  $N$  le nombre de mesure.

— On peut aussi calculer l'*écart-type*  $\sigma_x$ . Cet écart indique de combien la  $i^{\text{ème}}$  mesure  $x_i$  diffère de la moyenne. Lorsque tous les écarts  $d_i$  à la moyenne sont tous très petits, toutes les mesures sont proches et donc vraisemblablement très précises. L'écart-type est la moyenne de tous ces écarts  $d_i$ , autrement dit la moyenne des écarts à la moyenne. Plus précisément<sup>9</sup>, il s'agit de la racine carré de la moyenne du carré des écarts  $d_i$  à la moyenne<sup>10 11</sup> :

7. voir section 5.2 p43

8. En effet, même pour mesurer une distance avec une règle par exemple, la manière de mesurer et le résultat de la mesure sont différents d'un expérimentateur à l'autre. En changeant l'expérimentateur on introduit donc une incertitude *aléatoire*. Si la mesure est refaite plusieurs fois par le même expérimentateur, qui suit donc toujours à son insu le même protocole implicite, on a affaire à une incertitude *systématique*.

9. Car par définition de la moyenne  $\sigma' = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) = 0$

10. Vous trouverez ce calcul déjà tout fait dans tout logiciel de traitement de donnée. Dans libre office, par exemple il s'agit de "ECART-TYPE"

11. Une expression un tout petit peu plus exacte de l'écart type est  $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$  (notez le  $N-1$  au lieu de  $N$  au dénominateur). Il s'agit d'une correction du biais d'estimation du fait que le calcul de l'écart type  $\sigma_x$  se fait sur un échantillon restreint  $\{x_i\}$  de toute les valeurs possibles de la variable aléatoire  $x$ . En pratique, cela n'a pas beaucoup d'importance...

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (3.2)$$

— L'incertitude  $\sigma_{\text{mesure}}$  sur la moyenne  $\bar{x}$  est donnée par :

$$\sigma_{\text{mesure}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} \quad (3.3)$$

si bien que, après avoir fait  $N$  fois la même mesure, nous pouvons dire que la valeur mesurée  $x_{\text{mesure}}$  vaut :

$$x_{\text{mesure}} = \bar{x} \pm \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} \quad (3.4)$$

on voit donc au passage que l'incertitude sur une mesure décroît en *racine carré* avec le nombre de mesure  $N$ .

### 3.3.3 Ajustement des données

12. voir section 4.6 p.29

Au lieu de répéter plusieurs fois exactement la même expérience, on peut aussi varier un paramètre expérimental pour évaluer par exemple une loi. C'est par exemple le cas de la loi de Malus<sup>12</sup> où on change l'angle entre le polariseur et l'analyseur. L'ajustement de la courbe de l'intensité lumineuse en fonction de cet angle par la méthode des moindres carrés conduit mathématiquement à une incertitude que l'on aurait obtenue en répétant  $N$  fois la même mesure pour le même angle. En première approche, on peut alors se fier aux incertitudes données par le logiciel après la procédure d'ajustement de la courbe.

### 3.3.4 Loi statistique connue

13. Voir 11 p.105

Dans certains cas particuliers, il n'est pas nécessaire de réitérer les expériences car les valeurs mesurées suivent déjà une loi statistique bien établie. C'est le cas par exemple du comptage de photons uniques. La valeur mesurée suit une loi de Poisson<sup>13</sup> si  $n$  photons ont été comptés, l'incertitude aléatoire sur cette mesure est  $\pm\sqrt{n}$ .

## 3.4 Notion de chiffre significatif

Les chiffres significatifs du résultat de la mesure doivent être en accord avec l'incertitude sur la mesure.

Par exemple la mesure 92,81 avec une incertitude de 0,3 doit être arrondie en

$$92,8 \pm 0,3$$

si l'incertitude devient 3, alors la mesure s'arrondit à :

$$93 \pm 3$$

et si l'incertitude vaut 30 la mesure s'écrit :

$$90 \pm 30$$

Réciproquement, si un résultat est donné sans incertitude, on supposera que le chiffre significatif est une première indication de l'incertitude. Une fréquence de résonance du résonateur de Helmholtz<sup>14</sup> donnée à 202 Hz laisse supposer que l'incertitude est de l'ordre de  $\pm 1$  Hz.

14. Voir 6.4 p.56

### 3.5 Incertitude fractionnaire

Une valeur d'incertitude n'a dans l'absolu pas beaucoup d'intérêt. Une incertitude de 1 cm sur une mesure de 1 km traduit une mesure très précise alors que la même incertitude sur une mesure de 3 cm correspond une mesure plutôt grossière.

Lorsque l'on veut porter un regard critique sur la qualité de la mesure, il est utile d'exprimer l'incertitude en pourcentage par rapport à la valeur mesurée. L'incertitude de 1 cm sur un 1 km donne une incertitude à 0,001 % alors que la même incertitude pour 3 cm correspond à une incertitude de 33 %.

Il est courant en TP d'avoir des « mesures à 10 % » et rares sont les expériences de TP avec une incertitude inférieure à quelques pourcents.

### 3.6 Notion de désaccord

Vous serez amenés en TP à mesurer des grandeurs déjà maintes fois évaluées très précisément et pour lesquelles une valeur acceptée, ou plutôt *tabulée*<sup>15</sup>, est déjà connue comme par exemple la chaleur latente de vaporisation de l'eau<sup>16</sup>.

15. Le terme "tabulé" est largement préférable au terme "théorique".

Lorsque l'on estime les incertitudes de la mesure  $x$ , on s'attend à ce que l'intervalle  $x_0 \pm \Delta x$  contienne la valeur de référence. Si ce n'est pas le cas, il faut invoquer des erreurs systématiques<sup>17</sup> et/ou remettre en question l'estimation des incertitudes.

16. voir 13.1.1 p.129

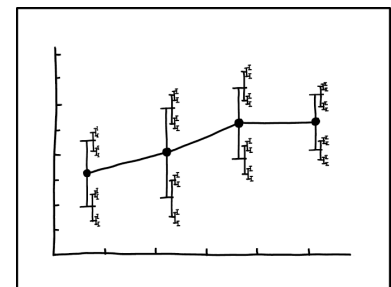
Dans le cas des incertitudes statistiques, il n'est pas anormal que l'intervalle ne contienne pas la valeur tabulée. On commencera à douter de la mesure lorsque l'écart atteint plus de  $2\sigma$ . Si c'est le cas il faut si possible refaire l'expérience et/ou prendre un peu de recul sur la manière dont a effectué les mesures.

17. Ne pas avoir fait correctement l'expérience peut être rangé dans la catégorie erreur systématique...

NB : Un résultat aberrant ne doit pas rester non commenté.

### 3.7 Propagation des incertitudes

On s'intéresse au problème suivant : on connaît les grandeurs expérimentales  $x, y, \dots$  avec les incertitudes  $\Delta x, \Delta y, \dots$ . Quelle est l'incerti-



I DON'T KNOW HOW TO PROPAGATE ERROR CORRECTLY, SO I JUST PUT ERROR BARS ON ALL MY ERROR BARS.

FIGURE 3.3: Error bars xkcd 2110 (<https://xkcd.com/2109/>). Randal Munroe.

18.  $i = \frac{\lambda D}{a} \Leftrightarrow a = \frac{\lambda D}{i}$

19. au premier ordre

tude sur la grandeur  $f(x, y, \dots)$  ?

Par exemple, pour l'interfrange  $i$  déjà évoquée<sup>18</sup> plus haut dont on peut déduire la distance entre les deux fentes  $a$ . Connaissant l'incertitude sur  $i$  (1 mm), sur  $D$  (mesurée au mètre à ruban avec une erreur estimée à 1 cm) et sur  $\lambda$  (0.1 nm avec un laser hélium néon) que vaut l'incertitude sur la mesure de  $a$  ?

On souhaite donc savoir en quoi une petite variation de  $i$ , ou de façon équivalente une incertitude de mesure  $\Delta i$  se traduit en une variation de  $a$ . C'est la définition même de la différentielle.

Pour une fonction  $f(x, y, z)$  de plusieurs variables, sa différentielle  $df(x, y, z)$  a pour définition<sup>19</sup> :

$$df(x, y, z) := \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial f}{\partial z} \Delta z \tag{3.5}$$

ce qui donne dans le cadre de l'exemple des franges d'Young :

$$\Delta a(\lambda, D, i) = \left\| \frac{\partial a}{\partial \lambda} \right\| \Delta \lambda + \left\| \frac{\partial a}{\partial D} \right\| \Delta D + \underbrace{\left\| \frac{\partial a}{\partial i} \right\|}_{\text{pondération}} \underbrace{\Delta i}_{\text{incertitude}} \tag{3.6}$$

Le terme  $\partial a / \partial i$  est le coefficient de pondération qui traduit à quel point une incertitude sur  $i$  ( i.e.  $\Delta i$ ) impacte l'incertitude sur  $a$ . On prend les valeurs absolues car les incertitudes ne peuvent que se cumuler et pas se compenser.

Il n'y a plus qu'à se laisser guider par le calcul en effectuant littéralement les dérivées partielles, ce qui donnent ici<sup>20 21</sup> :

$$\Delta a = \frac{D}{i} \Delta \lambda + \frac{\lambda}{i} \Delta D + \frac{\lambda D}{i^2} \Delta i$$

soit numériquement :

$$\begin{aligned} \Delta a &= \frac{3}{0,003} 0.1 \times 10^{-9} + \frac{632.8 \times 10^{-9}}{0,003} 0,01 + \frac{632.8 \times 10^{-9} \times 0,01}{0,003^2} \\ &= 1 \times 10^{-7} + 2.1 \times 10^{-6} + 2.1 \times 10^{-4} = 0.2 \text{ mm} \end{aligned}$$

On voit au passage que l'incertitude sur  $a$  provient essentiellement de celle sur  $i$ .

### 3.7.1 Méthode logarithmique

Dans le cas où la fonction  $f$  ne fait intervenir que des divisions / additions / multiplications, on peut simplifier les calculs précédents en prenant le *logarithme* de l'expression<sup>22</sup>.

Partons de l'exemple précédent à savoir les franges d'Young et prenons le logarithme de l'expression :

$$a = \frac{\lambda D}{i} \iff \ln a = \ln \lambda + \ln D - \ln i$$

20. Détailler le calcul. On voit donc que une incertitude sur  $i$  (qui est au dénominateur) ne joue pas le même rôle qu'une incertitude sur  $D$  ou  $\lambda$

21. Lorsque les incertitudes  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  sur les différentes valeurs sont statistiquement indépendante entre elles (i.e. pas de corrélations) alors une expression plus exacte de l'incertitude est :

$$\Delta f(x, y, z) := \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \Delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \Delta z\right)^2}$$

Plus exactement, cette expression qui ne prend pas en compte les corrélations entre les variables  $x, y$  et  $z$  (ce qui est souvent le cas) est toujours plus faible que l'expression 3.5 sans la racine carré.

22. La méthode logarithmique n'est pas utilisable avec des fonctions plus complexes comme par exemple :

$$\omega^2 = \tanh(kh) \left[ gk + \frac{\gamma}{\rho} k^3 \right]$$

(voir eq7.7 p.77)

On voit que prendre le logarithme permet de séparer les variables.  
De plus la différentielle d'un logarithme est facile à calculer :

$$f(x) = \ln x \iff df = \frac{dx}{x}$$

La formule 3.5 est alors très facile à appliquer et donne dans le cas de notre exemple :

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} + \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta i}{i} \underbrace{=}_{\text{ici}} 0.33$$

La mesure  $a$  a donc ici une incertitude *relative* de 33 %.





## 4 Polarisation

DANS LA VIE QUOTIDIENNE, notre œil permet de caractériser la lumière par trois grandeurs :

- son spectre en énergie (ou dit autrement sa couleur).
- son intensité.
- sa direction.

Cependant, l'œil humain<sup>1</sup> n'est pas sensible à une quatrième grandeur presque aussi importante : la *polarisation*. Par conséquent, il est difficile<sup>2</sup> d'expliquer sans outils mathématiques ce qu'est la polarisation.

Qu'est-ce que la polarisation? Nous allons tout de même essayer d'apporter une réponse, sans trop de mathématique, par l'expérience.

### Sommaire

<b>4.1</b> Qu'est ce que la polarisation de la lumière? . . . . .	24
<b>4.2</b> Outils pour modifier l'état de polarisation . . . . .	25
<b>4.3</b> Production de lumière polarisée . . . . .	27
<b>4.4</b> Matériel disponible . . . . .	27
<b>4.5</b> Production de lumière polarisée . . . . .	28
<b>4.6</b> Loi de Malus. . . . .	29
<b>4.7</b> Écran LCD . . . . .	29
<b>4.8</b> Biréfringence Calcite . . . . .	30
<b>4.9</b> Lamme demi-onde . . . . .	30
<b>4.10</b> Lamme quart-onde . . . . .	31
<b>4.11</b> Lunette 3D . . . . .	32
<b>4.12</b> Microscopie en polarisation . . . . .	33
<b>4.13</b> Photo-élasticité . . . . .	34
<b>4.14</b> Activité optique. . . . .	34
<b>4.15</b> Ellipsométrie . . . . .	36
<b>4.16</b> Trois polariseurs et un paradoxe . . . . .	36

1. Certains animaux comme les pieuvres ont des yeux sensibles à la polarisation. A vrai dire, nous ne sommes pas totalement insensible à la polarisation et il existe de petite expériences pour s'en rendre compte (cf les brosses de Haidinger) <http://10.1098/Frspp.2015.0338>.

2. Cela revient presque à essayer de décrire à un aveugle ce qu'est la couleur jaune.

3. Alors que cela n'est pas le cas en optique géométrique ou en optique physique pour décrire par exemple les phénomènes d'interférence ou de diffraction.
4. L'onde plane monochromatique est la brique de base de n'importe quelle onde électromagnétique. En effet, en utilisant les transformées de Fourier (associées à la linéarité des équations de Maxwell), on peut décomposer n'importe quelle onde, aussi complexe soit-elle, en ondes planes monochromatiques.

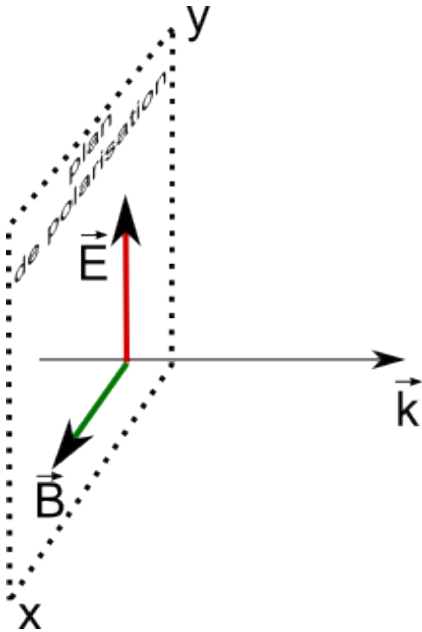


FIGURE 4.1: Structure d'une onde plane monochromatique.

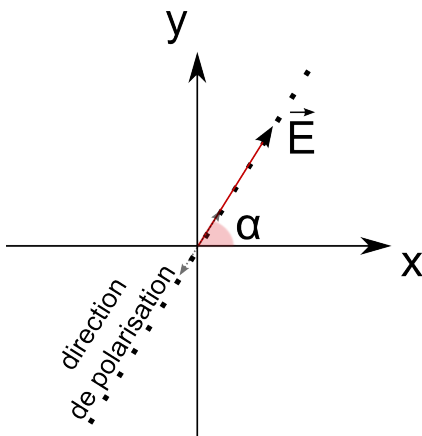


FIGURE 4.2: Schéma d'une polarisation linéaire

5. On adopte ici la représentation dite de Jones. Il en existe d'autres comme par exemple les paramètres de Stokes.
6. La partie  $\exp(i(\omega t - kz))$  représente la partie propagative de l'onde plane monochromatique et n'intervient pas dans l'état de polarisation. Elle est souvent omise pour simplifier l'écriture.

### 4.1 Qu'est ce que la polarisation de la lumière ?

Pour décrire l'état de polarisation de la lumière il est nécessaire<sup>3</sup> de prendre en compte la nature vectorielle du champ électromagnétique. On raisonne à partir d'une onde plane monochromatique<sup>4</sup>. Un faisceau laser est ici une bonne approximation d'une onde plane monochromatique. Du fait des équations de Maxwell, une telle onde, dans le vide, a la structure décrite sur la figure 4.1 :

- L'onde est transverse (le champ électrique et le champ magnétique oscillent dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation)
- Le champ électrique et le champ magnétique sont orthogonaux entre eux.

Il ne faut pas oublier que cette onde évolue dans le temps et l'espace :

- Si on *fige le temps*, c'est à dire si l'on prend par exemple une photo, l'extrémité du vecteur électrique décrit dans l'espace une courbe. La distance entre deux maxima de cette courbe est égale à la *longueur d'onde* (de l'ordre de 500 nm pour la lumière visible).
- Si on *fige l'espace*, c'est à dire que l'on place un observateur fixe, l'extrémité du vecteur du champ électrique oscille sur place à la *fréquence* de la lumière considérée (de l'ordre de  $5 \times 10^{15}$  Hz soit une période de 10 fs (!) pour le visible).

Il est courant de décrire l'état de polarisation dans le plan  $xy$  perpendiculaire à la direction de propagation de la lumière  $z$  portée par le vecteur  $\mathbf{k}$ .

On distingue traditionnellement quatre types de polarisation :

- Polarisation rectiligne ou linéaire
- Polarisation elliptique
- Polarisation circulaire
- Non polarisé

*Polarisation rectiligne* L'extrémité du vecteur  $\mathbf{E}(t)$  en un point d'abscisse  $z$  décrit un segment de droite. La direction selon laquelle  $\mathbf{E}(t)$  oscille est appelée direction de polarisation et le plan contenant  $\mathbf{k}$  et  $\mathbf{E}(t)$  le plan de polarisation. D'un point de vue pratique, la polarisation linéaire est souvent associée à l'utilisation de *polariseur*.

Mathématiquement<sup>5</sup>, le champ électrique s'écrit :

$$\mathbf{E}(t) = E_0 \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} \exp(i(\omega t - kz)) \quad (4.1)$$

où  $\alpha$  est l'angle entre la direction de polarisation et l'axe  $x$  et  $E_0$  l'amplitude du champ électrique (en  $\text{V m}^{-1}$ ),  $\omega$  la pulsation,  $k$  le vecteur d'onde<sup>6</sup>. Les coordonnées du vecteur  $\mathbf{E}(t)$  sont celles selon  $x$  et  $y$ .

*Polarisation elliptique* L'extrémité du vecteur  $\mathbf{E}(t)$  en un point d'abscisse  $z$  décrit dans le temps une ellipse. Les composantes selon  $x$  et  $y$  de  $\mathbf{E}(t)$  sont déphasées entre elles. Lorsque la composante selon  $x$  de  $\mathbf{E}(t)$  est maximale, la composante selon  $y$  n'est pas au maximum.

D'un point de vue pratique, la polarisation elliptique est souvent associée à l'utilisation de lames biréfringentes. Mathématiquement, le champ électrique s'écrit :

$$\mathbf{E}(t) = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y e^{i\Delta\phi} \end{pmatrix} \exp(i(\omega t - kz)) \quad (4.2)$$

où  $E_x$  et  $E_y$  sont des constantes réelles et positives donnant l'amplitude selon  $x$  et  $y$  du champ électrique et  $\Delta\phi$  (compris entre  $-\pi$  et  $\pi$ ) est le déphasage entre ces deux composantes. On définit l'*ellipticité* comme le rapport  $E_x/E_y$ .

Cet état est le plus *général*, polarisation linéaire et circulaire ne sont que des cas particuliers de la polarisation elliptique.

*Polarisation circulaire* La polarisation circulaire est un cas particulier de la polarisation elliptique (l'ellipticité vaut 1 et le déphasage  $\pi/2$ ). Cet état de polarisation est à la base de nombreuses applications<sup>7</sup>. L'extrémité du vecteur  $\mathbf{E}(t)$  en un point d'abscisse  $z$  décrit un *cercle*. D'un point de vue pratique, la polarisation linéaire est souvent associée à l'utilisation de lames  $\lambda/4$ . Mathématiquement, le champ électrique s'écrit :

$$\mathbf{E}(t) = E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ e^{\pm i\pi/2} \end{pmatrix} \exp(i(\omega t - kz)) \quad (4.3)$$

Si le cercle est décrit dans le sens direct (resp indirect) défini par le vecteur  $\mathbf{k}$ , la polarisation est dite gauche (resp. droite).

*Non polarisé* Il s'agit en fait de l'état de polarisation le plus courant. Durant le temps d'intégration du capteur<sup>8</sup>, la polarisation passe aléatoirement et très rapidement<sup>9</sup> par plusieurs états. Au final, elle n'a pas d'état de polarisation bien défini.

## 4.2 Outils pour modifier l'état de polarisation

### 4.2.1 Polariseur ou polaroid

Un polaroid se présente sous la forme d'une feuille en matière plastique de quelques dixièmes de millimètre d'épaisseur, généralement de teinte gris neutre. Cette feuille est constituée de longues chaînes de polymères étirées majoritairement dans une direction. A l'échelle moléculaire, on peut s'imaginer une sorte de grille formée de franges. L'absorption d'un tel dispositif dépend très fortement de l'état de polarisation de la lumière. Si la direction de polarisation de la lumière

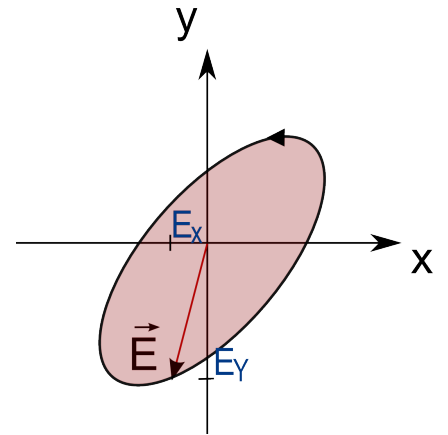


FIGURE 4.3: Schéma d'une polarisation elliptique

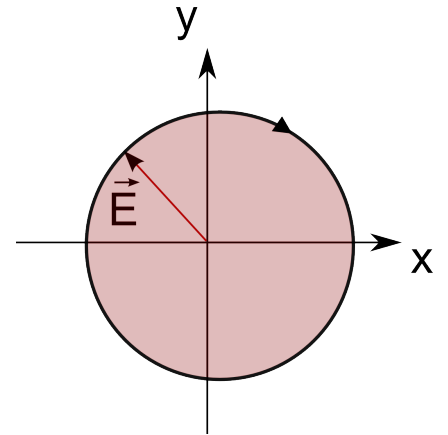


FIGURE 4.4: Schéma d'une polarisation circulaire (droite)

7. Voir par exemple l'expérience 4.10.1 ou 4.11

8. De l'ordre de 10ms pour l'œil par exemple

9. Sur un temps de l'ordre de la ns.

- 10. On peut aussi mettre à profit la biréfringence pour créer une lumière polarisée rectilignement, comme c'est le cas par exemple avec les polariseurs de Glan
- 11. Lorsque cela est le cas le polariseur est souvent appelé analyseur, mais il s'agit toujours d'un film polaroid
- 12. Pour la calcite (CaCO<sub>3</sub>) par exemple, le premier indice optique est de  $n_o = 1,658$ , le deuxième de  $n_e = 1,486$  soit une différence de  $-0,172$ . Pour le quartz, la différence n'est que de  $0,009$ .
- 13. La disposition des atomes qui composent le cristal n'est pas la même selon la direction dans laquelle on regarde le cristal
- 14. Il faudrait ici parler non pas de champ électrique appliqué au cristal  $\mathbf{E}(t)$ , mais de déplacement électrique :  $\mathbf{D}(t) = \epsilon_0 \mathbf{E}(t) + \mathbf{P}(t)$  qui prend en compte le champ électrique appliqué  $\mathbf{E}(t)$  mais aussi la réponse de la matière  $\mathbf{P}(t)$ .
- 15. Il existe aussi des lames biréfringente quasiment achromatiques. Il s'agit, comme pour le cas d'une lentille achromatique, d'une association de deux matériaux ayant des comportements complémentaires. Ces lames sont particulièrement coûteuses, néanmoins la mise au point de lame équivalente en matière plastique il y a quelques années (comme les lame quart d'onde utilisées dans ce TP), permet d'obtenir des lames biréfringente achromatique à un prix abordable.

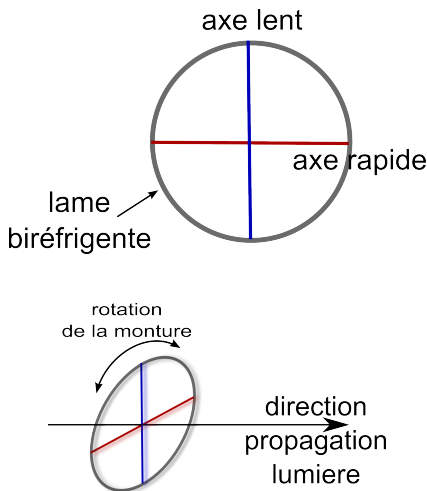


FIGURE 4.5: Schéma d'une lame mince biréfringente

- 16. c'est à dire les axes cristallographique selon lesquelles l'indice optique a une valeur bien définie
- 17. Si la direction de polarisation de la lumière n'est pas parallèle à l'un de ces deux axes, les deux composantes du champ électrique voient deux indices optiques différents et un déphasage se crée.

est aligné avec la direction des chaînes de polymères le champ électrique est absorbé. A contrario, si la direction de polarisation de la lumière est perpendiculaire à la direction des chaînes de polymères la lumière est transmise.

Les polariseurs<sup>10</sup> sont utilisés pour produire une lumière polarisée rectilignement mais aussi pour analyser<sup>11</sup> l'état de polarisation de la lumière.

#### 4.2.2 Lame mince biréfringente

Une lame biréfringente se présente sous la forme d'un petit cristal transparent (diamètre de l'ordre du centimètre) tenu la plupart du temps dans une monture optique adaptée.

Comme son nom l'indique (bi-réfringent), un tel matériau possède deux indices optiques<sup>12</sup> notés  $n_o$  et  $n_e$  pour indice ordinaire et indice extraordinaire respectivement. Cette biréfringence provient de l'anisotropie<sup>13</sup> du cristal. Un cristal anisotrope, du fait des molécules qui le composent, ne possède pas la même réponse à la lumière selon son orientation relative au champ électrique.

Comme l'indice optique est différent selon deux axes du cristal, la vitesse de propagation de la lumière est elle aussi différente. Cela conduit à un déphasage entre les composantes du champ électrique<sup>14</sup>.

Le déphasage, dû à la différence de vitesse de propagation, introduit par la lame vaut :

$$\Delta\varphi = 2\pi\Delta n \frac{e}{\lambda}$$

où  $e$  est l'épaisseur de la lame et  $\Delta n$  la différence d'indice optique entre l'indice ordinaire et l'indice extraordinaire. Notons que ce déphasage est dépendant de la longueur d'onde  $\lambda$  de la lumière. Une lame biréfringente standard est donc définie pour travailler à une longueur d'onde précise et peut donner un résultat tout autre si on s'éloigne de la longueur d'onde nominale<sup>15</sup>.

Les lames biréfringentes sont donc utilisées pour déphaser les deux composantes  $E_x$  et  $E_y$  du champ électrique. Deux cas particuliers, très importants dans la pratique, sont les lames demi-onde (dite aussi  $\lambda/2$ ) et quart d'onde (dite aussi  $\lambda/4$ ).

**Ligne neutre** Les cristaux biréfringents utilisés en optique sont taillés de telle sorte que les axes principaux<sup>16</sup> du cristal, soient perpendiculaires à la direction de propagation de la lumière (cf figure 4.5).

Le long de l'axe ordinaire l'indice optique vaut  $n_o$  et  $n_e$  le long de l'axe extraordinaire. Ces axes sont aussi appelés axe lent et axe rapide. L'axe lent ayant la plus petite valeur d'indice optique.

Si une lumière polarisée rectilignement arrive parallèle à un de ces deux axes, la lumière ne voit qu'un seul indice optique<sup>17</sup>. Tout se passe comme si le milieu n'était plus anisotrope et il n'y a alors plus

de biréfringence. La lame n'a alors pas d'influence sur la polarisation de la lumière d'où le nom de *ligne neutre*.

*Lame demi-onde* L'épaisseur  $e$  de la lame est coupée avec une précision micrométrique de telle sorte que son épaisseur optique vaille  $\delta = \lambda/2$  à un multiple de  $\lambda$  près. Ainsi, le déphasage  $\Delta\varphi$  vaut  $\pi$ .

Le rôle typique d'une lame demi-onde est de modifier ("faire tourner") la direction de polarisation d'une onde polarisée rectilignement.

*Lame quart d'onde* L'épaisseur  $e$  de la lame est coupée avec une précision micrométrique de telle sorte que son épaisseur optique vaille  $\delta = \lambda/4$  à un multiple de  $\lambda$  près. Ainsi, le déphasage  $\Delta\varphi$  vaut  $\pi/2$ .

Le rôle typique d'une lame quart d'onde est de créer une onde polarisée circulairement à partir d'une onde polarisée rectilignement. Insistons sur le fait que la direction de polarisation de l'onde incidente doit être à 45 degrés des lignes neutres de la lame quart d'onde. Inversement une lame quart d'onde permet de créer une onde polarisée rectilignement à partir d'une onde polarisée circulairement.

NB : Il existe bien d'autres outils utilisés en optique pour modifier l'état de polarisation de la lumière. Nous pouvons citer le rhomboïdre de Fresnel, le compensateur de Soleil-Babinet, le prisme de Wollaston, les systèmes à base de cristaux liquide, etc.

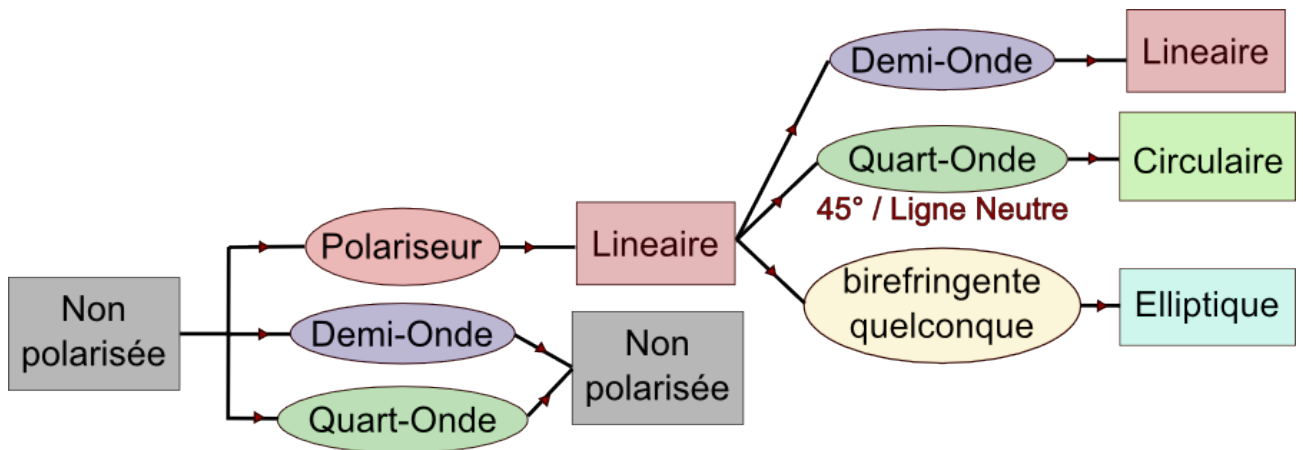


FIGURE 4.6: Diagramme d'utilisation des outils pour modifier l'état de polarisation de la lumière

### 4.3 Production de lumière polarisée

### 4.4 Matériel disponible

Voir figure 4.7.





FIGURE 4.7: a) Polariseur (vérifier avec une source polarisée (e.g. écran LCD)). b) Cristal de Calcite. c) Lampe LED blanche (sans IR donc). d) lame demi onde ( $\lambda/2$ ) et quart d'onde ( $\lambda/4$ ) à 532nm. e) Photodiode + alim + multimetre : intensité proportionnelle à la tension. f) Quart d'onde ( $\lambda/4$ ) en polymère large bande. g) Lunette 3D h) Monture avec scotch i) Solution de D-glucose + cuve. NB : photo non contractuelle.

#### 4.5 Production de lumière polarisée

La lumière qui nous entoure est la plupart du temps non polarisée. En étant attentif et en ayant un polariseur sous la main, on peut néanmoins se rendre compte que l'on voit tous les jours de la lumière polarisée.

*Travail expérimental* Étudier sommairement (i.e. polarisée ou non) l'état de polarisation de la lumière :

- Réfléchi sur un métal.
- Réfléchi sur un diélectrique<sup>18</sup> (avec un angle de l'ordre de  $45^\circ$  entre la source et le point de réflexion).
- Diffusée par votre binôme.
- Émise par un écran d'ordinateur
- Émise par un écran de téléphone portable de type<sup>19</sup> LCD et/ou OLED.
- Émise par les tubes fluorescents au plafond.
- Émise par un laser He-Ne.
- Émise par le soleil
- Diffusée par le ciel bleu<sup>20</sup>
- Diffusée par les nuages.

Vous pouvez *évidemment* ajouter d'autres sources à cette liste.

*Travail pour le compte-rendu*

- Faire un tableau regroupant les résultats.
- En une ou deux phrases dire <sup>21</sup> ce que sont les "équations de FRESNEL". Expliquer en quelques mots comment cela explique l'état de polarisation après une réflexion sur un diélectrique.

#### 4.6 Loi de Malus

Nous nous intéressons maintenant quantitativement au fonctionnement d'un polariseur.

*Travail de préparation* Les films polaroids n'ont plus d'effet polarisant dans l'infrarouge. Nous utilisons donc une lampe LED blanche plutôt qu'une lampe à incandescence (type lampe halogène) pour réaliser l'expérience (cf en dessous). Pourquoi? Pourrait-on utiliser un laser?

*Travail expérimental* Réaliser le montage de la figure 4.8.

Quelques indications :

- Bien penser à régler la collimation de la lampe.
- La photodiode est munie d'un montage électronique <sup>22</sup> à base d'AO. L'ensemble délivre en sortie une tension proportionnelle à l'intensité de la lumière incidente. Bien vérifier que le dispositif ne sature pas (vers 15V). Si cela est le cas, diminuer (avec la position de la lentille par exemple) la quantité de lumière envoyée sur la photodiode.

Relever l'intensité lumineuse  $I$ , donnée par la tension délivrée par la photodiode, en sortie de l'analyseur en fonction de l'angle  $\theta$  entre le polariseur et l'analyseur <sup>23</sup>.

*Travail pour le compte-rendu* On cherche à vérifier la loi de Malus. De façon équivalente vous pouvez :

- Tracer l'intensité en fonction du carré du cosinus de l'angle entre le polariseur et l'analyseur et ajuster la courbe obtenue par une droite.
- Vous pouvez aussi tracer l'intensité lumineuse en fonction de l'angle et ajuster la courbe par la fonction  $I(\theta) = I_0 \cos^2(\theta) + I_{\text{noir}}$ .

#### 4.7 Principe de fonctionnement d'un écran LCD

*Travail expérimental* Allumer l'écran LCD (pour Liquid Cristal Display) modifié par nos soins. Nous avons retiré à l'intérieur de l'écran un film polaroid qui se trouvait entre le rétro-éclairage et la matrice de cristaux liquides. Qu'observe-t-on? Regarder maintenant l'écran à travers un film polaroid. Qu'observe-t-on alors?

21. A minima aller lire l'article wikipédia

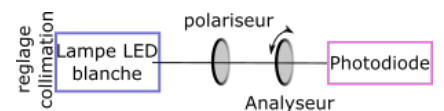


FIGURE 4.8: Schéma du montage pour l'étude de la loi de Malus

22. Comme certains le verront dans le TP opto-électronique, une photodiode est une source de *courant*, l'AO a pour rôle de convertir ce courant (de l'ordre de quelques micro ampères) en une tension (on parle de montage trans-impédance)

23. Typiquement, on laisse le polariseur fixe et on tourne l'analyseur.

*Travail pour le compte-rendu* A partir d'un court travail bibliographique, sur internet par exemple, expliquer à l'aide de quelques phrases et d'un schéma le principe de fonctionnement d'un écran LCD. Expliquer alors l'expérience précédente.

#### 4.8 Biréfringence d'un cristal de calcite

*Travail expérimental* Sur une feuille de papier blanc tracer un trait assez fin. Poser un cristal de calcite par dessus. Décrire ce que vous observez. A l'aide d'un polaroid, étudier alors l'état de polarisation de l'image obtenue.

*Travail pour le compte-rendu* A l'aide de schémas et d'un court texte, résumer vos observations. Expliquer simplement le phénomène observé à partir du fait que biréfringence veut dire deux indices optiques.

Question facultative pour les cristallographistes : La forme du cristal macroscopique reflète la structure de la maille cristallographique élémentaire de la calcite. Comment appelle-t-on cette structure cristalline (ou réseau de Bravais)?

#### 4.9 Utilisation d'une lame demi onde

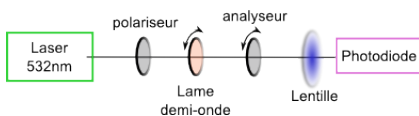


FIGURE 4.9: Schéma du montage pour l'étude de la lame demi-onde

*Travail expérimental* Réaliser le montage de la figure 4.9.

On utilise ici une lame demi-onde large bande qui fonctionne à peu près correctement pour toutes les longueurs d'onde.

Commencer par trouver les *lignes neutres* (voir l'introduction section 4.2.2 p.26) de la lame demi-onde. Pour ce faire, vous pouvez suivre la procédure suivante :

1. Enlever la lame demi-onde
2. Croiser les deux polariseurs. Vous pouvez regarder l'intensité du laser en sortie du deuxième polariseur et faire en sorte qu'elle soit minimale (i.e. extinction quasi-totale).
3. Introduire à nouveau la lame demi-onde entre les deux polariseurs.
4. A priori, pour une orientation quelconque la biréfringence apportée par la lame demi onde rétablit partiellement la lumière en sortie d'analyseur.
5. Il existe deux directions (et donc 4 angles) de la lame demi-onde qui rendent la lame neutre en terme de biréfringence<sup>24</sup>. Ces directions sont appelées lignes neutres.
6. Tourner la lame demi-onde, jusqu'à rétablir l'extinction du laser. La direction de cette ligne neutre est alors parallèle à la direction de la polarisation linéaire d'entrée.

24. Le long de ces directions la lame biréfringente se comporte comme un milieu avec un seul indice de réfraction. On parle alors d'axe lent lorsque  $n = n_1$  et d'axe rapide lorsque  $n = n_2 > n_1$



- Remettre maintenant un angle quelconque  $\beta$  à la lame demi-onde par rapport à la ligne neutre<sup>25</sup>.
- Quel est l'état de polarisation en sortie<sup>26</sup> de la lame demi-onde ?
- Tourner l'analyseur<sup>27</sup> pour rétablir l'extinction initiale du faisceau.
- Montrer alors que, au final, tout se passe comme si la polarisation avait tournée d'un angle  $\alpha$ .
- Montrer expérimentalement que  $\alpha = 2\beta$  ou, dit autrement, que tout se passe comme si la polarisation linéaire en entrée de la lame  $\lambda/2$  avait tournée, en sortie, d'un angle  $\alpha$  égale au double de l'angle  $\beta$  entre la direction de polarisation de l'onde incidente et la ligne neutre de la lame  $\lambda/2$ .
- Refaire la mesure pour plusieurs angles  $\beta$  (i.e. l'angle entre la direction de la lame demi-onde et une des lignes neutre).
- (Facultatif) Remplacer le laser vert par un laser rouge. A l'aide de l'analyseur, étudier l'état de polarisation de la lumière en sortie de la lame demi-onde. La lame demi-onde est-elle toujours fonctionnelle à  $\lambda = 632 \text{ nm}$  ?

- 25. tout en ayant évidemment noté la position de la ligne neutre ( $\pm$  incertitude)
- 26. Vous pouvez l'étudier avec l'analyseur. La lumière est-elle polarisée linéairement, elliptiquement, circulairement, non polarisée ... ?
- 27. i.e. le polariseur de sortie

*Travail pour le compte-rendu*

- Présenter sur un même diagramme polaire (voir figure 4.10) l'état de polarisation avant et après la lame demi-onde. Mettre en évidence sur ce diagramme le fait que  $\alpha = 2\beta$ .
- Refaire un diagramme similaire mais avec mes résultats obtenus à 632 nm.

**4.10 Utilisation d'une lame quart d'onde**

*Travail expérimental*

- Remplacer dans le montage précédent (fig 4.9) la lame demi-onde par la lame quart d'onde.
- Retrouver la direction d'une des lames neutres (noter l'angle correspondant), puis donner un angle quelconque à la quart d'onde.
- Quel est l'état de polarisation en sortie de la lame quart d'onde pour une configuration quelconque ? Mesurer l'ellipticité correspondante<sup>28</sup>.
- Faire maintenant en sorte que les lames neutres de la lame quart d'onde fassent un angle de  $45^\circ$  avec la direction de polarisation en sortie du premier polariseur.
- Quel est l'état de polarisation en sortie de la lame quart d'onde<sup>29</sup> ?
- Mesurer l'intensité de la lumière pour une dizaine d'angles de l'analyseur.

*Travail pour le compte-rendu*

- Tracer sur un diagramme polaire l'état de polarisation en sortie de la lame quart d'onde. Indiquer le taux d'ellipticité.

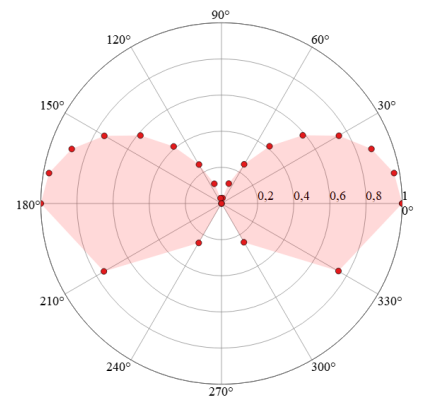


FIGURE 4.10: Un exemple de diagramme polaire

- 28. voir p.25 pour la définition de l'ellipticité. En pratique, tourner l'analyseur et trouver l'intensité minimale et l'intensité maximale. L'ellipticité est le rapport de ses deux grandeurs (minimum/maximum), plus elle est proche de 1 et plus la lumière est polarisée circulairement.
- 29. Si besoin, regarder le diagramme donné à la fin de l'introduction (fig 4.6)

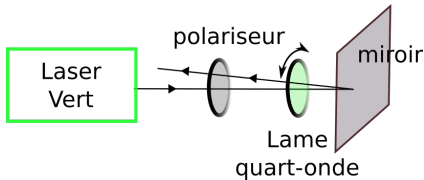


FIGURE 4.11: Filtre anti-reflet avec une lame quart d'onde.

30. Indépendamment de l'angle de la polarisation linéaire (dans le sens circulaire vers linéaire, il n'y a pas à faire attention à l'angle de  $45^\circ$ ).

#### 4.10.1 Filtre anti-réflexion

Remplacer le groupe "analyseur-lentille-photodiode" (c'est-à-dire tout ce qui se trouve après la quart d'onde) par un miroir plan. Régler le miroir pour que le faisceau réfléchi repasse par la lame quart-d'onde et le polariseur d'entrée (voir figure 4.11). Qu'observe-t-on pour la lumière transmise après le polariseur d'entrée ?

##### Travail pour le compte-rendu

- En sachant que :
  - Une lame quart d'onde transforme une lumière polarisée circulairement en lumière polarisée linéairement<sup>30</sup>. Plus précisément, la polarisation circulaire est transformée en polarisation linéaire dont la direction fait  $45^\circ$  avec l'axe lent de lame. Si la polarisation incidente est circulaire droite l'angle à  $45^\circ$  est dans le sens horaire, si la polarisation incidente est circulaire gauche l'angle de  $45^\circ$  est dans le sens anti-horaire.
  - Une lumière polarisée circulairement droite est réfléchiée par un miroir en circulairement gauche et inversement.

Expliquer avec un schéma et un peu de texte le phénomène.

#### 4.11 Etude des verres des lunettes 3D de cinéma

L'effet de perspective 3D est obtenu en projetant successivement deux images légèrement décalées spatialement. La première image ne doit être vue que par l'œil gauche, la deuxième uniquement par l'œil droit. Le cerveau reconstruit ensuite une scène en 3 dimensions.

Pour ce faire, une première idée, qui est souvent mise en pratique pour les téléviseurs 3D, est d'utiliser de la lumière polarisée linéairement. On porte sur les yeux des lunettes dont les verres sont des polariseurs. La direction de polarisation de l'œil gauche est par exemple verticale alors que la direction de polarisation de l'œil droit est horizontale. Ensuite, une image sur deux, on fait en sorte que la polarisation de l'image affichée sur le téléviseur ait une polarisation verticale et la suivante une polarisation horizontale.

Cette technique ne peut cependant pas fonctionner au cinéma car la lumière qui est envoyée par le projecteur est réfléchiée sur un écran. Cette réflexion dépolarise<sup>31</sup> en partie la lumière, cette dépolarisation est en plus très dépendante de l'angle entre l'écran et le spectateur.

On utilise alors de la lumière polarisée *circulairement*.

##### Travail expérimental

- Mettre au point et réaliser un protocole qui permet de vérifier que les lunettes sont composées d'une lame quart d'onde et d'un polariseur. Vous utiliserez les lames quarts d'onde large bande<sup>32</sup> en matériau polymère.

31. Cf à nouveau les équations de FRESNEL

32. Il s'agit d'un empilement de matériaux polymères judicieusement choisis pour que la lame soit environ quart d'onde pour toutes les longueurs d'ondes du visible (une lame biréfringente cristalline, type quartz, n'est quart d'onde que pour une longueur d'onde donnée).

*Travail pour le compte-rendu*

- A l'aide d'un schéma, expliquer le principe de fonctionnement de ces lunettes.
- Quelle est la différence entre les verres de l'œil droit et de l'œil gauche ?

## 4.12 Principe de la microscopie en polarisation

*Travail expérimental*

1. Réaliser le montage de la figure 4.12. Le scotch est un matériau biréfringent. Plusieurs épaisseurs de scotch ont été déposées sur la monture.
2. Éclairer la monture avec le scotch par un faisceau à peu près parallèle (utiliser pour cela le collimateur de la lampe LED)
3. Avec la lentille former l'image<sup>33</sup> du scotch avec la lentille sur l'écran. On doit clairement voir les différents bouts de scotch.
4. Enlever la monture avec le scotch tout en notant sa position sur le banc optique (ou sur la table).
5. Mettre le polariseur et l'analyseur de part et d'autre de la position monture avec le scotch. Croiser les deux polariseurs.
6. Introduire à nouveau la lame avec le scotch à son emplacement précédent.
7. Qu'observez-vous ? Vous pouvez alors tourner l'analyseur ou la monture portant le scotch.

On cherche maintenant à étudier qualitativement la formation de cristaux de vanilline qui sont eux aussi biréfringents.

1. Poser la lame de verre contenant les cristaux de vanilline sur une plaque chauffante. Mettre la plaque chauffante en marche et attendre la fusion des cristaux (la température de fusion de la vanilline est de  $81.5^{\circ}\text{C}$ ). Arrêter alors la plaque chauffante.
2. *Sans vous bruler*, récupérer la lame de verre et la placer avec une pince à la place du scotch dans l'expérience précédente (i.e. dans le plan objet de la lentille de telle sorte à former son image sur l'écran.)
3. Attendre que la lame se refroidisse suffisamment pour que les cristaux se reforme. Apprécier la beauté des choses simples en observant les cristaux se reformer.

*Travail pour le compte-rendu*

- A l'aide d'un schéma et d'un peu de texte, expliquer le phénomène lié à la biréfringence du scotch et l'apparition des différentes couleurs.
- Cette technique est utilisée en géologie pour étudier des coupes de cristaux. Citer deux ou trois cristaux biréfringents qui peuvent être visualisés par cette méthode.

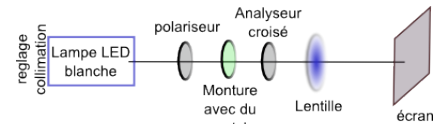


FIGURE 4.12: Schéma du montage permettant d'illustrer le principe de la microscopie en polarisation

33. Quelques indications : regarder en premier qu'elle est la distance focale  $f$  de la lentille, on rappelle que la distance *minimale* entre l'objet (ici le scotch) et l'écran pour former une image est  $4f$ . En coupant cette distance en deux, c'est à dire  $2f$  entre le scotch et la lentille et  $2f$  entre la lentille et l'écran, on forme une image avec un grandissement de  $-1$ , ce qui est ici assez correct.
  - Si depuis la position  $2f - 2f$  vous *approchez* la lentille de l'objet, l'image sera plus grande et se formera plus loin (fonctionnement d'un vidéo projecteur), attention à ne pas trop rapprocher la lentille. Si la distance entre la lentille et l'objet est inférieure à  $f$ , l'image est virtuelle et vous ne pourrez pas la former sur l'écran.
  - Si depuis la position  $2f - 2f$  vous *éloignez* la lentille de l'objet, l'image sera plus petite et se formera plus près (fonctionnement d'un appareil photo).

### 4.13 Mise en évidence de la photo-élasticité

La plupart des objets plastiques sont anisotropes et donc très souvent biréfringents.

D'autre part la biréfringence des matériaux plastiques dépend des contraintes mécaniques qu'on leur impose. On parle de photo-élasticité.

#### Travail expérimental

- Remplacer la monture avec du scotch de la section 4.12 par des objets en plastique.
- Vérifier aussi que des matériaux non biréfringent, comme par exemple de l'eau dans une cuve en verre, n'ont pas le même effet sur la polarisation.
- Placer ensuite l'arche<sup>34</sup> réalisée en plexiglass<sup>35</sup>. Placer une masse sur l'arche pour voir où sont réparties les efforts dans le matériau. Prendre une photo.

34. L'arche essaye de reproduire une "chainette" (<https://fr.wikipedia.org/wiki/Chainette>) (en cosinus hyperbolique) qui est la courbe optimale

35. ou PMMA pour Polyméthacrylate de méthyle

#### Travail pour le compte-rendu

- Faire des schémas commentés (ou montrer des photos) des figures observées

### 4.14 Activité optique du glucose

Le glucose, ou plutôt son énantiomère D (en notation de Fischer), est un composé qui présente une *activité optique*<sup>36</sup>. Tout se passe comme si<sup>37</sup> la polarisation de la lumière avait tournée d'un angle  $\beta$  après avoir traversé la cuve. On parle d'*activité optique*. La physique mise en jeu, qui, microscopiquement est relativement compliquée, n'a pas grand chose à voir avec la biréfringence étudié auparavant.

L'angle  $\beta$  de rotation de la polarisation linéaire due à l'activité optique dépend :

- Du matériau étudié (ici le D-Glucose)
- De la concentration du matériau
- De la longueur de la cuve
- De la longueur d'onde de la lumière.
- De la température.

Ou, plus précisément, :

$$\beta = \alpha(T, \lambda) cl \quad (4.4)$$

où :

- $\alpha(T, \lambda)$  est l'activité optique, qui dépend de la longueur d'onde et de la température et qui est très souvent tabulée pour la raie jaune d'une lampe sodium (voir TP spectroscopie) à 589nm. La valeur tabulée du pouvoir rotatoire du D-Glucose pur à 589nm est de  $52.7^\circ \text{ dm}^{-1} \text{ g}^{-1} \text{ cm}^3$

36. Tous les composés ne présentent pas a priori d'activité optique. Cette propriété est souvent associée au caractère chirale des molécules ou du cristal. En présence d'un champ magnétique, toutes les molécules, chirales ou non, ont une activité optique (cependant la physique mise en jeu est très différente).

37. En fait, l'activité optique influe sur une polarisation circulaire, mais on peut voir mathématiquement qu'une polarisation linéaire peut être formée à partir de la somme de deux polarisations circulaire, l'une tournant dans le sens gauche et l'autre dans le sens droite.

- $l$  est la longueur de la cuve
- $c$  la concentration du composé ayant une activité optique.

#### Travail expérimental

- Prendre une des solutions non saturées de D-Glucose.
- Quelle valeur de l'angle  $\beta$  de déviation de la polarisation rectiligne d'entrée obtenez-vous expérimentalement à 532nm (+ incertitude)?
- Refaire cette expérience pour les 2 autres solutions de concentration connue pour réaliser une courbe d'étalonnage.
- Utiliser enfin la solution saturée<sup>38</sup> en D-glucose.
- Lors de l'étude de la solution la plus concentrée. Vous pouvez voir que l'on visualise très bien le faisceau laser au sein de la cuve. Cela est due à la *diffusion* de la lumière par les molécules de sucre. Ces molécules sont bien plus petites que la longueur d'onde de la lumière, on parle alors de *diffusion dipolaire*.
- La lumière diffusée par un dipôle (c'est à dire une charge électrique positive et une charge électrique négative séparées d'une distance  $d$ ) n'est pas isotrope. Toute particule plus petite que la longueur d'onde  $\lambda$  de la lumière peut être considérée, en terme de diffusion, comme un dipôle. Ainsi, la lumière diffusée par de petites particules est polarisée et cela même si la lumière incidente n'était pas polarisée. Néanmoins, la polarisation de lumière diffusée n'est pas la même dans toutes les directions de diffusion.
- A l'aide d'un polariseur, étudier qualitativement l'état de polarisation de la lumière diffusée pour différents angles de diffusion. Pour ce faire, on pourra regarder le faisceau à travers le polariseur dont on fera varier l'angle d'analyse. Prendre aussi des photos.
  - On commencera par étudier la lumière diffusée latéralement.
  - On continuera par la lumière diffusée verticalement (au dessus de la cuve).

#### Travail pour le compte-rendu

- Tracer la courbe d'étalonnage : angle de déviation vs concentration.
- A partir de la pente de cette droite, donner la valeur<sup>39</sup> de la constante d'activité optique obtenez vous pour le D-glucose à 532 nm?
- Placer le point correspondant à la solution "saturée". Quelle concentration obtenez-vous (+ incertitudes)?
- Présenter avec quelques mots/schéma et les photos le phénomène de polarisation de la lumière par diffusion.

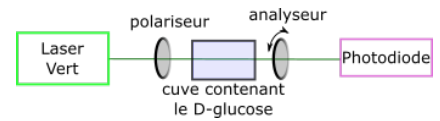


FIGURE 4.13: Schéma de l'expérience pour la mesure de l'activité optique

38. La concentration de saturation dans l'eau à 25 °C tabulée sont particulièrement haute et assez variable. On trouve des valeurs allant de  $133 \text{ mg mL}^{-1}$  à  $909 \text{ mg mL}^{-1}$ . Nous partirons sur la valeur de  $c_{\text{sat}} = 100 \text{ mg mL}^{-1}$  à 20 °C

39. Cette valeur est a priori assez proche de celle tabulée à 589nm

#### 4.15 Principe de l'ellipsométrie - Angle de Brewster

L'ellipsométrie est une mesure optique réalisée en laboratoire pour étudier la composition et l'épaisseur de la surface d'un échantillon. Son principe repose sur les relations de FRESNEL, c'est à dire les coefficients de réflexion en intensité d'une lumière polarisée sur un dioptre, ainsi qu'une modélisation de l'indice optique de la surface. Nous allons ainsi très rapidement illustrer son principe en mesurant l'angle de BREWSTER pour une surface isolante et ainsi remonter à l'indice optique de ce matériau.

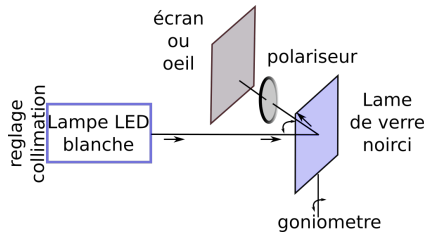


FIGURE 4.14: Schéma de l'expérience pour la mesure de l'activité optique

##### Travail expérimental

- Réaliser le montage de la figure 4.14. le goniomètre est ici un simple rapporteur pour mesurer l'angle entre le faisceau incident et le faisceau réfléchi. Penser à collimater au mieux la lumière incidente. NB : il est possible d'utiliser les montures de polariseurs comme rapporteur
- Donner un angle d'environ  $90^\circ$  entre le faisceau incident et le faisceau réfléchi, soit un angle de  $45^\circ$  par rapport à la normale de la surface réfléchissante. Quel est l'état de polarisation du faisceau réfléchi ?
- Trouver l'angle  $\alpha_{\text{Brewster}}$  entre le faisceau incident et la lame de verre telle que l'intensité de réflexion soit quasi nulle. Cette angle est appelée angle de BREWSTER.  
NB : il s'agit de l'angle mesuré par rapport à la normale de la surface (comme par exemple pour la loi de réflexion de Snell-Descartes).

##### Travail pour le compte-rendu

- L'angle de BREWSTER vaut :

$$\theta_{\text{Brewster}} = \arctan\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

où ici  $n_2$  est l'indice de réfraction du verre et  $n_1$  l'indice de réfraction de l'air.

- Retrouvez-vous une valeur correcte de l'indice de réfraction du verre ?

#### 4.16 Trois polariseurs et un paradoxe

Partir de la configuration polariseur croisé de l'expérience 4.6 : aucune lumière ne traverse l'analyseur.

Introduire maintenant un troisième polariseur entre les deux premiers. Donner lui par exemple un angle de  $45^\circ$  : la lumière est rétablie.

Comment un outil qui ne peut que filtrer la lumière peut alors "créer" de la lumière ?

L'explication en physique classique (en terme d'ondes électromagnétiques) de ce "paradoxe" est assez directe. Par contre, l'explication en terme de mécanique quantique est bien plus étonnante<sup>40</sup>.

Vous pouvez voir à ce sujet la vidéo (en anglais, n'hésitez pas à mettre les sous-titres) :



40. Ce paradoxe est en lien avec le paradoxe EPR et les inégalités de Bell.

### *Questions bibliographiques facultatives*

A l'aide d'un court travail bibliographique (éventuellement sur Internet), dire en quelques mots<sup>41</sup> (moins de 150 caractères) ce qu'est :

- L'effet Kerr
- L'effet Faraday.

41. Éviter les copier coller et essayer de reformuler simplement ce que vous avez compris





# 5 Diffraction

L'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE n'est pas une théorie exacte mais une approximation valable lorsque les dimensions caractéristiques de notre environnement sont très supérieures à la longueur d'onde.

Ainsi, la diffraction<sup>1</sup> de la lumière ne peut être expliquée que dans le cadre d'une description *ondulatoire* de la lumière. Un rayon lumineux, tel que décrit par l'optique géométrique, passe indifféremment par une petite ou une grande ouverture. Ce n'est pas le cas d'une onde dès que la taille de l'ouverture n'est plus très grande devant la longueur d'onde. On observe alors une *déviatio*n de la lumière par rapport à la propagation rectiligne.

Le principe de HUYGENS-FRESNEL permet de calculer l'éclairement diffracté dans tout l'espace<sup>2</sup>. Il peut se formuler<sup>3</sup> ainsi :

"Lorsqu'une onde rencontre un obstacle, tout se passe comme si les points non obstrués de l'obstacle émettaient des ondelettes dont l'amplitude (complexe) est proportionnelle à l'amplitude de l'onde initiale en ce point. Ces sources fictives sont cohérentes et de leur interférence naît la figure de diffraction".

Il n'y a donc pas de différence fondamentale entre les phénomènes d'interférence et la diffraction. La diffraction naît de l'interférence des sources secondaires mentionnées par le principe d'Huygens-Fresnel (voir figure 5.1). Néanmoins, traditionnellement, on parle d'interférences lorsque l'on considère l'interaction d'un nombre réduit d'ondes et de diffraction lorsque l'on a affaire à un grand nombre d'ondes.

Nous allons principalement étudié ici la diffraction dans les *conditions de Fraunhofer*<sup>4</sup>, c'est à dire :

- Lorsque l'on étudie la diffraction à l'infini<sup>5</sup>. La formule empirique suivante nous renseigne sur ce que l'on entend par l'infini :

$$\infty \Leftrightarrow R > \frac{a^2}{\lambda} \tag{5.1}$$

où  $R$  est la plus petite distance entre soit la source et l'objet diffractant ou l'objet diffractant et l'endroit où on observe la figure de diffraction,  $a$  est la dimension caractéristique de l'obstacle et  $\lambda$  la longueur d'onde de la lumière.

- Lorsque l'on étudie la diffraction dans le plan focal d'une lentille.

## Sommaire

5.1 Diffraction par un seul objet. . . . .	40
5.2 Diffraction par deux objets franges de Young. . . . .	43
5.3 De la diffraction de 2 objets vers la diffraction de N objets. . . . .	44
5.4 Diffraction de N objets réparties aléatoirement . . . . .	45
5.5 Diffraction de N objets réparties périodiquement : le réseau. . . . .	45

1. Du latin *diffringere* : briser, casser.
2. Il existe aussi d'autre description plus complète comme la théorie de Kirchhoff qui part directement des équations de Maxwell.
3. Mathématiquement, cela se traduit par l'intégrale de Fresnel. Cette intégrale est la somme des amplitudes complexes des sources fictives secondaires.
4. Qui est un cas particulier de ce que l'on appelle la diffraction de Fresnel.
5. On parle aussi de diffraction en champ lointain

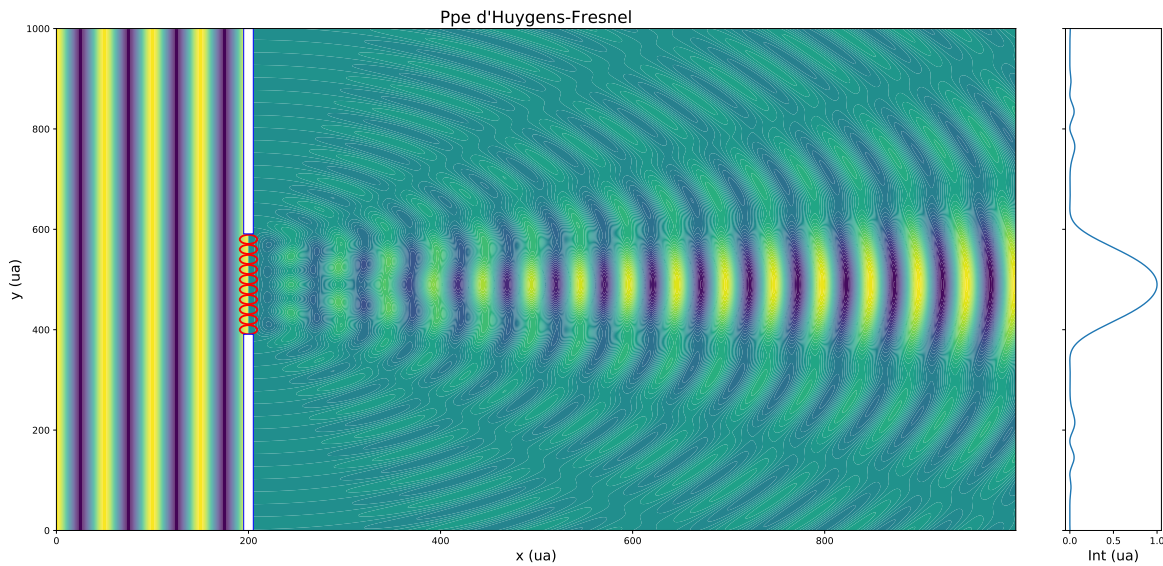


FIGURE 5.1: Illustration du principe de HUYGENS-FRESNEL. Une onde plane arrive sur un obstacle en forme de fente en  $x = 200$ . Tout se passe comme si des émetteurs fictifs (matérialisés par les ronds rouges) émettait une ondelette sphérique. Ces ondelettes interfèrent et de ces interférences naît la diffraction. Au loin, en  $x = 1000$ , on reconnaît la figure de diffraction d'une fente (celle-ci serait mieux définie si le nombre de sources secondaires était plus grand dans la simulation)

La figure de diffraction donnée par l'obstacle diffractant (forme et déphasage) prend alors une expression mathématique relativement simple<sup>6</sup>.

Le but du TP est de décrire qualitativement puis quantitativement les figures de diffraction d'objet courant (fente, ouverture circulaire) puis d'augmenter le nombre d'objets diffractants en partant de 2 (la célèbre expérience des franges d'Young), pour aller vers la diffraction par  $N$  objets périodiques autrement dit un réseau.

6. La figure de diffraction est la *transformée de Fourier* (à 2 dimensions) de la fonction d'éclairage de l'objet diffractant (amplitude et phase).

## 5.1 Diffraction par un seul objet

### 5.1.1 Mise en évidence de la diffraction

Voici pour commencer une expérience qualitative pour vous convaincre que les effets de la diffraction sont partout autour de nous :

1. Rapprocher deux de vos doigts pour former une petite ouverture entre deux de vos phalanges. Regarder une source de lumière (les tubes fluorescents au plafond par exemple) à travers la fente ainsi formée, vous devriez voir quelques franges noires. Elles sont dues à la diffraction. Essayer de prendre une photo du phénomène.

### 5.1.2 Diffraction par une fente

*Travail expérimental* Le montage optique est on ne peut plus simple<sup>7</sup>. Envoyer un laser (rouge 632 nm ou vert 532 nm) sur une fente calibrée. Étudier la lumière diffractée par la fente sur un écran placé

7. Ce n'est pas la peine d'utiliser un banc optique car d'une part les distances sont trop grande (l'écran se situe à plusieurs metre de l'objet diffractant) et d'autre part le positionnement exact de l'objet diffractant par rapport au laser n'a pas d'importance.

au moins à plus de 30cm de la fente. Afin de faciliter les mesures faites avec une règle, l'écran peut tout aussi bien se situer à plusieurs mètres (typiquement, le mur au fond de la salle fait un très bon écran).

On utilisera comme fente une de celle qui se trouve sur un jeton recouvert partiellement de chrome (voir fig 5.2). Celle-ci contient :

- 3 Fentes de largeur 40, 70 et 120 μm
- 2 Bifentes de largeur 70 μm et d'espacement 150 ou 300 μm.
- 3 Trous de diamètre 40, 70 et 120 μm

Le profil d'intensité  $I(x)$  le long de l'abscisse  $x$  de la figure de diffraction est donné par la formule<sup>8</sup> :

$$I(x) = I_0 \operatorname{sinc}^2 \left( \pi \frac{ex}{\lambda D} \right) \quad (5.2)$$

Le premier zéro  $x_0$  de cette fonction se trouve lorsque  $ex_0/(\lambda D) = 1$  soit  $x_0 = \lambda D/e$ .

Repérer et mesurer avec une règle la position  $x_{\text{gauche}}$  et  $x_{\text{droite}}$  des zéros d'intensité de part et d'autre du premier lobe du sinus cardinal.

Réitérer la mesure pour différentes (3 ou 4) valeurs d'ouverture de la fente. Penser aux barres d'erreurs.

*Travail pour le compte-rendu*

- Déduire<sup>9</sup> des mesures la valeur de la taille de la fente  $e$ .
- Comparer la valeur expérimentale à la valeur inscrite sur la fente. Que penser de la "calibration" de la largeur de la fente? Vaut-il mieux se fier à l'inscription sur la fente ou à vos mesures?

5.1.3 Écrans complémentaires – Théorème de Babinet

Le théorème de Babinet stipule que la figure de diffraction d'un objet diffractant et de son *complémentaire* sont les mêmes hormis au niveau du point où se situe l'image géométrique.

Quel est le *complémentaire* d'une fente? Il s'agit d'un objet qui est opaque là où la fente est transparente et qui est transparent là où la fente est opaque : il s'agit donc d'un fil.

*Travail expérimental*

- Un cheveu tendu doit donc avoir la même figure de diffraction qu'une fente<sup>10</sup>. Le vérifier<sup>11</sup>.
- Vous pouvez aussi mesurer la taille du cheveu au microscope. On utilisera pour calibrer le microscope un fil de cuivre d'épaisseur connue.

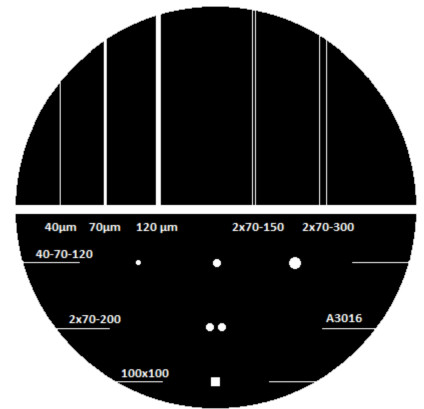


FIGURE 5.2: Figures de diffraction présentes sur le jeton.

8. Une fente peut être décrite mathématiquement par une « fonction porte », une fonction qui vaut 1 sur la largeur ouverte de la fente et 0 partout ailleurs. La transformée de Fourier d'une fonction porte est un sinus cardinal, d'où la forme de la figure de diffraction observée.

9. On rappelle que le sinus cardinal s'annule lorsque son argument est un multiple entier (différent de 0) de  $\pi$ .

10. hormis au centre de la figure de diffraction. D'autre part, un cheveu est un objet 3D (cylindrique) alors que la fente 2D cela conduit à de très légères modifications de la figure de diffraction.

11. Un cheveu a typiquement une épaisseur de l'ordre de 100 μm

*Travail pour le compte-rendu*

- A l'aide de la figure de diffraction, mesurer l'épaisseur (+ incertitudes) du cheveu.
- Comparer cette valeur à celle obtenue avec le microscope.

5.1.4 *Acquisition numérique de la figure de diffraction*

*Travail expérimental* Utiliser un appareil photo numérique (APN), sans objectif, pour mesurer plus précisément le profil en intensité de la figure de diffraction d'une fente ou bien du cheveu étudié précédemment (voir figure ??)<sup>12</sup>.

12. Vous pouvez utiliser le logiciel EOS remote control pour régler et piloter l'APN

Vous allez devoir régler deux paramètres :

- Le temps de pose de l'APN, le mettre au minimum car le laser est relativement intense.
- la distance entre l'objet diffractant et la caméra. En effet, le capteur de la caméra est très petit, de l'ordre de quelques mm, il faut donc choisir la bonne distance pour que la tache centrale de diffraction et les premiers lobes se trouvent sur le capteur.
- Bien mesurer la distance entre l'objet diffractant et le capteur de l'APN (que l'on suppose être à peu près en son milieu).

*Travail pour le compte-rendu*

13. <https://imagej.nih.gov/ij/> ou la version en ligne <https://ij.imjoy.io/>

- Utiliser le logiciel ImageJ<sup>13</sup> pour extraire la variation d'intensité le long d'un profil. Tracer une ligne le long du profil puis faire Analyze → Plot Profile. Relever alors la distance *en pixels* entre les deux premiers zéros de la figure de diffraction.
- Connaissant la dimension de l'objet diffractant grâce aux mesures précédentes, en déduire la taille d'un pixel de la caméra (de l'ordre de quelques microns) + barre d'incertitude. Pour ce faire, on utilisera une relation de proportionnalité. Avec le graphe obtenue sur imageJ vous connaissez la dimensions de la figure de diffraction en pixels. Vous la connaissez aussi en microns car vous connaissez les dimensions géométriques de l'objet diffractant, la distance entre cet objet et le capteur de l'APN et la longueur d'onde du laser. Vous pouvez ensuite chercher sur internet la dimensions d'un pixel d'un canon 4500D.

De façon assez générale, pour mesurer un objet micrométrique, il faut avoir une règle micrométrique. Cette règle est ici la figure de diffraction.

5.1.5 *Diffraction par une ouverture circulaire : tache d'Airy*

La diffraction par une ouverture circulaire est une situation que l'on rencontre très souvent (astronomie, microscopie), à commencer par la lumière passant par la pupille de nos yeux. Fondamentalement,

la situation est exactement la même qu'avec une ouverture rectangulaire. Néanmoins, mathématiquement il faut faire appel aux fonctions de Bessel pour décrire la figure de diffraction.

Le rayon  $r_{\text{Airy}}$  de la première tache centrale est donné par :

$$r_{\text{Airy}} = 1.22 \lambda \frac{D}{a} \quad (5.3)$$

où  $a$  est le diamètre de l'ouverture circulaire.

#### Travail expérimental

- Étudier la figure de diffraction d'une ouverture circulaire<sup>14</sup>. A partir de la figure de diffraction donner la taille de l'ouverture (+ barre d'erreur).
- Facultatif : refaire la mesure avec acquisition numérique avec l'APN.

14. La diapo correspondante paraît de prime abord comme un simple écran opaque métallique. En regardant attentivement vous allez voir qu'il y a plusieurs petites ouvertures circulaires dans cet écran

#### Travail pour le compte-rendu

- Donner la mesure expérimentale du rayon de l'ouverture circulaire et la comparer à la valeur tabulée.

## 5.2 Diffraction par deux objets : expérience des franges de Young

### 5.2.1 Franges de Young

L'expérience des franges d'Young consiste à étudier le profil de diffraction de, non pas une, mais *deux* fentes séparées d'une distance  $a$ . La figure ainsi obtenue n'est pas la simple somme des figures de chaque fente car il y a des interférences entre les deux sources de lumière.

Le profil  $I(x)$  de la figure de diffraction vaut :

$$I(x) = 4I_0 \underbrace{\cos^2\left(\pi \frac{xa}{\lambda D}\right)}_{\text{Interférence}} \underbrace{\text{sinc}^2\left(\pi \frac{ex}{\lambda D}\right)}_{\text{Diffraction}} \quad (5.4)$$

On reconnaît le sinus cardinal dû à la diffraction d'une seule fente qui est maintenant multiplié par un terme d'interférence en cosinus carré dû aux deux fentes sources qui interfèrent. On note aussi que, à cause des interférences, l'intensité peut atteindre<sup>15</sup> non pas  $2I_0$  mais  $4I_0$ .

15. Il y a évidemment conservation de l'énergie par contre cette dernière est répartie de manière peu intuitive dans l'espace.

#### Travail expérimental

- Utiliser les jetons dont une des faces est chromée, elle contient plusieurs motifs de franges de young avec des séparations différentes.

- Voir que des motifs d'interférence apparaissent au sein de la tache centrale. Il s'agit des interférences entre la lumière diffractée par les deux fentes.
- Avec le même dispositif que précédemment, étudier sur un écran la forme de la figure de diffraction. Utiliser ensuite l'APN pour numériser la figure.

#### Travail pour le compte-rendu

- A partir de la figure de diffraction, mesurer la largeur de la fente et la distance entre les deux fentes. Penser aux barres d'erreur.

#### 5.2.2 Franges de Young en lumière blanche

16. La source n'est plus cohérente temporellement car elle a un spectre large et elle n'est pas cohérente spatialement car elle ne provient pas d'un point source.

Le montage optique est cette fois plus *délicat*. En effet, la source de lumière n'est plus *cohérente*<sup>16</sup>, obtenir des interférences demande donc beaucoup plus de précautions.

*Travail expérimental* Procéder par exemple de la façon suivante :

1. A l'aide du condenseur d'une lampe LED ou d'une lampe à filament éclairer de *façon uniforme* un diaphragme rectangulaire (fente) de largeur réglable. Il faut essayer d'avoir le plus de lumière possible sur la fente tout en ayant un éclairage uniforme.
  2. Avec une lentille, former l'image de la fente (qui est donc une source secondaire) sur un écran. Trouver le bon grandissement qui permet d'avoir le meilleur compromis entre luminosité et taille de l'image.
  3. Placer les bifentes d'Young juste après la lentille précédente.
  4. Fermer quasiment au maximum<sup>17</sup> la première fente (celle jouant le rôle de source secondaire). Eteindre les lumières de la salle et regarder *attentivement* la figure de diffraction sur l'écran, vous devriez voir la figure des franges d'Young (voir fig. 5.4)
  5. Une fois que vous avez observé les franges d'Young, augmenter progressivement la taille de la fente source. Vérifier que le contraste des interférences diminue rapidement<sup>18</sup> avec la taille de la fente source.
- Effectuer quelques acquisitions numériques des figures obtenues.

#### Travail pour le compte-rendu

- Présenter les images expérimentales brièvement commentées.

#### 5.3 De la diffraction de 2 objets vers la diffraction de $N$ objets

*Travail expérimental*

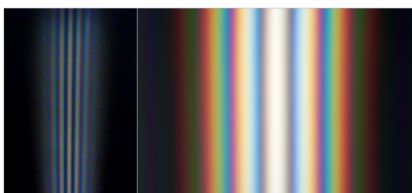


FIGURE 5.3: Les franges d'Young en lumière blanche.

- Utiliser la diapositive contenant de nombreuses frange de Young dont le nombre va croissant. Etudier la figure de diffraction et constater qualitativement que plus le nombre de frange est important et plus les zones entre les minimum et les maximums sont noires.
- Numériser ces figures de diffraction avec l'APN.

#### *Travail pour le compte-rendu*

- Augmenter le nombre de fentes revient à augmenter le nombre d'objets qui interfèrent (on parle d'interférence à  $N$  objets). Plus ce nombre  $N$  est important et plus les conditions pour que la lumière qui interfèrent sont drastiques. Les zones noires ne sont pas des zones où il n'y a pas de champ électrique diffracté par les fentes, mais des zones où ces champs électriques, et l'intensité lumineuse associée, sont *détruit par interférences*.
- A contrario, les zones lumineuses, qui sont progressivement restreinte à certains points de l'espace lorsque  $N$  devient assez grands, sont les zones où tous les ondes diffractées par les  $N$  sont en phase et conduisent à des interférences *constructives*.
- Illustrer ces concepts avec vos photos annotées et quelques explications.

#### 5.4 Diffraction de $N$ objets réparties aléatoirement

On peut montrer que  $N$  objets semblables et répartis aléatoirement ont pour figure de diffraction *la même figure qu'un seul de ces objets mais  $N$  fois plus intense*.

Nous allons utiliser comme objet diffractant des spores de lycopode. Ces spores sont micrométriques<sup>19</sup> avec une très faible dispersion en taille et quasiment de forme sphérique<sup>20</sup>.

#### *Travail expérimental*

- Si cela n'est pas déjà fait, saupoudré un peu de poudre de lycopode sur une lame transparente.
- Étudier la figure de diffraction associée.
- Étudier aussi sous le microscope quelques spores. Afin de calibrer l'image sur le microscope vous pouvez utiliser un fil de cuivre de  $40\ \mu\text{m}$  de diamètre.

#### *Travail pour le compte-rendu*

- Expliquer la forme de la figure de diffraction obtenue
- Mesurer la taille d'un spore de lycopode à partir de la figure de diffraction (+ incertitude évidemment). Comparer à la valeur obtenue avec le microscope.

19. Un seul spore est beaucoup trop petit pour donner une figure de diffraction observable à l'oeil nu. Par contre, en multipliant le nombre de spores et en les plaçant aléatoirement, on obtient une figure de diffraction visible.

20. Noter qu'en utilisant le théorème de Babinet on s'attend pour un disque à la même figure de diffraction qu'une ouverture circulaire (cf 5.1.3)

21. "Grating" en anglais, le pas du réseau le "pitch", et le nombre de traits par cm est le "groove"

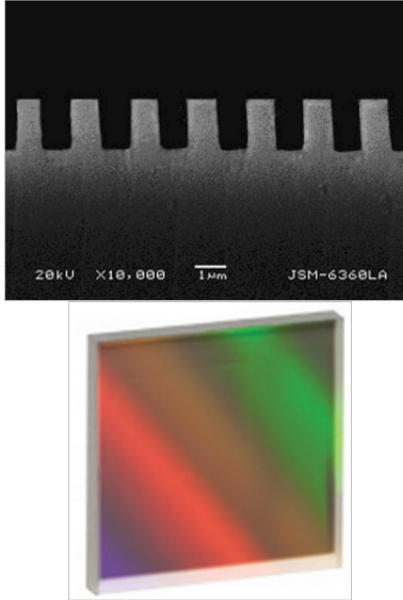


FIGURE 5.4: En haut : Image au microscope électronique de la tranche d'un réseau optique en transmission. La barre blanche fait 1  $\mu\text{m}$ . Image extraite de l'article « Novel uses for deep-etched, fused-silica diffraction gratings ». En bas un réseau optique.

22. La détermination de la structure de cristaux par la diffraction des rayons X est basée sur le même principe.
23. Il s'agit de la formule pour une onde arrivant perpendiculairement au réseau. La formule la plus générale pour un réseau en transmission est :

$$\sin \theta - \sin \theta_i = n \frac{\lambda}{a} \quad (5.5)$$

où  $\theta_i$  est l'angle d'incidence sur le réseau. Pour un réseau en réflexion  $\sin \theta + \sin \theta_i = n\lambda/a$

24. Vous pouvez pour cela vérifier que la partie du faisceau laser réfléchi par le réseau revient à peu près sur elle-même.
25. L'estimation des incertitudes par le calcul est ici compliquée à mener à cause de certaines dérivées pénibles à calculer. Estimer les incertitudes en refaisant plusieurs fois la mesure avec si possible des expérimentateurs différents (voir section 3.3.2, p.17).

## 5.5 Diffraction de $N$ objets répartis périodiquement : le réseau

Un réseau optique <sup>21</sup> est un ensemble d'objets diffractants répartis *périodiquement*. On donne généralement le nombre d'objets en trait/cm ou en trait/mm.

Le nombre d'objets diffractants qui interfèrent est tellement important que ces interférences sont tout le temps destructives *sauf* aux endroits où les vibrations sont *exactement* en phase. En suivant ce raisonnement <sup>22</sup> on aboutit à la formule des réseaux.

L'intensité diffractée par un réseau optique est non nulle uniquement pour les angles tels que <sup>23</sup> :

$$\sin \theta = n \frac{\lambda}{a} \quad (5.6)$$

où  $n$  est un entier appelé ordre de diffraction,  $a$  est le pas du réseau c'est-à-dire la distance entre deux motifs du réseau,  $\lambda$  la longueur d'onde incidente.

On voit que l'angle de diffraction dépend de la longueur d'onde incidente. Ainsi une onde bleue n'aura pas le même angle de diffraction qu'une onde rouge. On peut donc utiliser le réseau comme un spectromètre.

Notons aussi que tout se passe comme si le faisceau issu de l'ordre 0 ( $n = 0$ ) n'était pas affecté par le réseau quelque soit la longueur d'onde. On ne peut donc pas utiliser l'ordre 0 pour faire de la spectroscopie.

### 5.5.1 Vérification expérimentale de la formule des réseaux

#### Travail expérimental

- Envoyer un laser sur un réseau en transmission. Le faisceau laser doit arriver le plus perpendiculairement possible sur le réseau <sup>24</sup>.
- Placer l'écran de façon à observer plusieurs ordres de diffraction. Mesurer les angles  $\theta_n$  des différents ordres. Il est difficile de mesurer directement l'angle, par contre il est facile de mesurer la tangente de cet angle à partir de la mesure de deux distances. Faire les mesures pour les réseaux 80 traits/mm, 300 traits/mm et 600 traits/mm.

#### Travail pour le compte-rendu

- Connaissant le pas du réseau  $a$  et la longueur d'onde  $\lambda$  du laser, vérifier, pour au moins deux ordres de diffraction, que la formule des réseaux (eq 5.6) est correcte <sup>25</sup>.



5.5.2 Mesure du pas d'un CD, d'un DVD, d'un Blu-Ray.

Les données d'un support optique sont stockées par l'intermédiaire de trous formés à la surface du disque (voir fig 5.5). Un faisceau laser est focalisé à la surface :

- S'il n'y a pas de trou, le faisceau est réfléchi et une photodiode placée en aval détecte une intensité importante. Cela équivaut à une donnée binaire 1.
- S'il y a un trou, le faisceau est diffracté et quasiment aucune lumière ne revient vers la photodiode. Cela équivaut à une donnée binaire 0.

Un disque optique est donc composé d'un ensemble d'objets diffractants répartis statistiquement périodiquement. C'est donc aussi un réseau optique.

On se propose de mesurer le pas moyen entre deux creux de la surface d'un disque à partir de la figure de diffraction de ce réseau. Nous comparerons le résultat obtenu pour un CD, un DVD puis un Blu-Ray.

Travail expérimental

- Envoyer un faisceau laser sur le disque optique. Ce dernier est en réseau en réflexion. Le faisceau laser est donc à la fois diffracté (ordre autre que 0) et réfléchi (ordre 0) (voir figure 5.6).
- Incliner le laser de telle sorte que l'ordre 0 revienne quasiment sur le point d'entrée du laser. On s'assure ainsi du fait que le laser arrive bien perpendiculairement<sup>26</sup> au réseau.
- Pour faciliter les mesures, envoyer le faisceau laser à un endroit situé à la moitié de la hauteur du disque. Ainsi les faisceaux diffractés restent dans un plan parallèle à la table<sup>27</sup>.
- Placer un écran derrière le laser et mesurer l'angle de l'ordre 1 et -1.
- Répéter l'expérience pour les deux autres disques optiques. Avec le blue-ray, aucun faisceau diffracté n'est visible.
- Utiliser alors le laser bleu à 405 nm. Vérifier qu'il n'y a toujours pas de faisceau diffracté avec le Blu Ray.
- On change alors le dispositif expérimental pour voir un faisceau diffracté avec un Blu Ray. On utilise maintenant une incidence oblique du faisceau laser sur le support optique. (voir figure ??). On cherche l'angle d'incidence  $\theta_i$  pour lequel le premier ordre de diffraction revient exactement sur le faisceau incident. On reprend la formule des réseaux dans le cas de réflexion et avec une incidence quelconque<sup>28</sup> :

$$\sin \theta_n + \sin \theta_i = n \frac{\lambda}{a} \tag{5.7}$$

Le fait que le faisceau diffracté dans l'ordre 1 ait le même angle que le faisceau incident se traduit par  $\theta_1 = \theta_i$ , ce qui donne pour

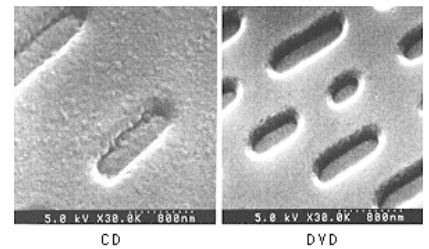


FIGURE 5.5: Image au microscope électronique de la surface d'un CD et d'un DVD. Le trait en pointillé fait 800nm.

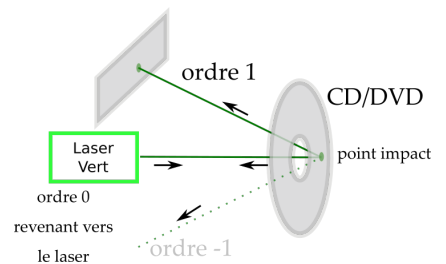


FIGURE 5.6: Schéma de l'expérience pour mesurer le pas d'un CD/DVD/Blue-Ray. Les trois faisceaux (ordre -1, 1, 0) sont dans un plan qui est parallèle à la table expérimentale.

26. De telle sorte à avoir  $\theta_i = \pi/2$  et ainsi simplifier la formule des réseaux 5.5

27. Si vous l'envoyer sur la partie supérieure du disque la diffraction à lieu dans la direction verticale.

28. Dans les expériences précédentes on avait l'angle d'incidence  $\theta_i = 0$  et donc  $\sin \theta_i = 0$

ce cas particulier de la formule des réseaux :

$$2 \sin \theta_1 = \frac{\lambda}{a}$$

Mesurer l'angle  $\theta_i$  d'incidence pour lequel le faisceau diffracté dans l'ordre 1 avec l'angle  $\theta_1$  revient sur le faisceau incident. Faire la mesure dans le cas du Blu-Ray et avec un laser à  $\lambda = 405 \text{ nm}$

#### Travail pour le compte-rendu

- Pourquoi ne voit-on pas de spot de diffraction avec un laser vert ou rouge sur le blue-ray? Étayer votre réponse avec la formule de réseaux 5.6 et donner par conséquent une borne supérieure à la valeur du pas du réseau  $a$ .
- A partir des mesures, donner le pas moyen entre deux données sur les différents disques optiques.  
Plus précisément, sachant que le diamètre d'un disque optique est de 12 cm. En supposant une répartition uniforme des données sur le disque (on ne tient pas compte donc du trou central du CD/DVD), estimer le nombre de byte (un byte = un 0 ou 1) pour chaque disque optique<sup>29</sup>. Comparer le résultat obtenu avec la capacité réelle de chaque disque optique. Penser aux incertitudes.
- Le pas des données d'un Blu Ray est de l'ordre de  $a = 0.32 \mu\text{m}$ . En utilisant la formule des réseaux en incidence normale, expliquer pourquoi on n'observe pas de faisceau diffracté même avec un laser à  $\lambda = 405 \text{ nm}$ . Que faudrait-il changer pour voir un faisceau diffracté en incidence normale sur un Blu Ray?
- A partir des résultats de la dernière mesure donner une estimation du pas d'un Blu Ray et de la quantité d'information que l'on peut stocker dessus.

29. Rappelons que 1 octet = 8 bits et que 1 kilo octets (ko) = 1024 octets et de même 1 MégaOctet = 1024 ko

#### 5.5.3 Utilisation d'un réseau comme spectromètre

Comme évoqué précédemment, la formule des réseaux indique qu'un réseau peut être utilisé pour étudier le spectre de la lumière ou dit autrement faire de la spectroscopie<sup>30</sup>.

30. Le réseau a été mis au point FRAUNHOFER qui a étudié en particulier avec les raies d'absorption dans le spectre solaire.

*Travail expérimental* Réaliser le montage expérimental suivant qui reprend en partie ce que vous avez fait pour l'étude des franges d'Young en lumière blanche :

- Condenser le faisceau de sortie d'une lampe spectrale à vapeur de mercure (Hg) via une lentille de focale de l'ordre de 10 cm sur une fente. Par condenser, on entend répartir uniformément la lumière de la source sur la fente qui joue alors le rôle de source secondaire dont on peut facilement modifier l'étendue spatiale.
- Former l'image de la fente avec une lentille sur un écran. Le grandissement doit être un compromis entre :
  - *lisibilité* (l'image ne doit pas être trop petite)

- *luminosité* (l'image ne doit pas être trop grande et donc trop peu lumineuse)
- Placer le réseau en transmission (600 traits/mm) juste après la lentille. Observer alors la lumière (et donc le spectre) diffractée sur l'écran.
- Mesurer les angles<sup>31</sup> associés aux différentes raies de la lampe de mercure. Penser aux barres d'erreurs.
- Vérifier qu'en augmentant la largeur de la fente, les images des raies spectrales sont de plus en plus larges.
- La raie jaune est en fait un doublet (deux radiations distinctes). En fermant au maximum la fente d'entrée du dispositif pouvez-vous réussir à résoudre ce doublet ?
- Placer un papier blanc du côté Ultra Violet du spectre obtenu. Qu'observez-vous ?

31. En pratique on mesurera la tangente de l'angle avec deux mesures de distance

#### *Travail pour le compte-rendu*

- A partir de la formule des réseaux et de vos mesures donner les longueurs d'ondes (+ barre d'erreurs) des raies de la lampe. Comparer aux valeurs tabulées (cf le tableau 8.1 p.83)
- On définit le pouvoir de résolution  $R$  du spectromètre comme le rapport :

$$R = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \quad (5.8)$$

où  $\Delta\lambda$  est le plus petit écart en longueur d'onde résolu alors que la mesure est effectuée à la longueur d'onde  $\lambda$ . Sachant que la différence en longueur d'onde du doublet jaune est de 3.89 nm, quel est le pouvoir de résolution du spectroscopie si vous arrivez à résoudre le doublet jaune ? Pourriez-vous résoudre le doublet jaune de la lampe spectrale à vapeur de sodium (0.59 nm) ? Que faut-il changer expérimentalement pour y arriver.

- Comment expliquer l'apparition d'une raie supplémentaire si on place un matériau fluorescent (par exemple une feuille de papier blanc non recyclé) à la place de l'écran ?



## 6 Vibration – Oscillateurs

TOUT CORPS dans une situation stable (cas le plus courant dans la nature) oscille<sup>1</sup> autour de sa position d'équilibre à la suite d'une perturbation de la part de son environnement. .

Dans une première partie du TP, nous allons caractériser ces oscillations par plusieurs grandeurs :

- fréquence propre
- temps de relaxation
- facteur de qualité.

Nous étudions en particulier à quoi correspondent ces grandeurs en représentation temporelle des oscillations mais aussi en représentation fréquentielle.

Dans une deuxième partie du TP, nous étudierons deux oscillateurs couplés. L'ensemble a alors deux degrés de liberté. Nous allons voir qu'à ses deux degrés de liberté correspondent deux fréquences de résonance et deux modes de vibration.

Dans une troisième partie du TP, nous étudierons un ensemble d'oscillateurs couplés afin d'illustrer le passage du couplage entre deux oscillateurs à la propagation d'une onde.

### 6.1 Les oscillateurs étudiés

Nous allons étudier trois oscillateurs différents :

- Deux oscillateurs mécaniques :
  - Un pendule simple muni d'un système permettant de numériser la position angulaire<sup>2</sup> du pendule au cours de son mouvement.
  - Un pendule en torsion, dit pendule de POHL, dont les oscillations peuvent d'une part être freinées magnétiquement (on parle de freinage par courant de Foucault<sup>3</sup>), et d'autre part avoir une fréquence forcée par un moteur. Les freinages sont équivalents à des frottements fluides c'est à dire proportionnels à la vitesse de l'oscillateur.
- un oscillateur électrique de type RLC.

### Sommaire

6.1 Les oscillateurs étudiés . . . . .	51
6.2 Etude d'un système linéaire . . . . .	52
6.3 Oscillateur simple . . . . .	52
6.4 Résonateur de Helmholtz . . . . .	56
6.5 Deux osc. couplés. . . . .	58
6.6 Chaîne osc. couplés . . . . .	62

1. De plus, pour peu que l'amplitude de ces oscillations soit faible devant la profondeur du puits d'énergie potentiel, l'oscillateur est parfaitement décrit par un *oscillateur harmonique*.

2. Plus précisément le pendule est fixée à l'arbre d'un moteur à courant continu. La transduction angle vers tension est donc réalisée par induction. Par conséquent, la tension numérisée n'est pas proportionnelle à la position angulaire mais à la *vitesse* angulaire. Il faudrait donc intégrer temporellement les courbes obtenues si l'on voulait obtenir la position angulaire. Dans le cadre d'une étude fréquentielle, le fait de travailler avec la vitesse au lieu de la position n'a pas d'incidence.

3. Les courants de Foucault sont les courants créés dans un conducteur par un champ magnétique variable dans le temps ou dans l'espace. Ils sont non désirés (comme dans un transformateur par exemple), mais peuvent parfois s'avérer utile comme par exemple dans le cas du freinage magnétique qui est utilisé sur les freins de poids lourd (dans la première phase de freinage quand l'énergie cinétique est importante) ou encore dans le chauffage avec les plaques à induction.

## 6.2 Etude d'un système linéaire

Nous allons caractériser les oscillateurs étudiés dans ce TP à l'aide de 3 méthodes expérimentales.

### 6.2.1 Réponse impulsionnelle

4. Beaucoup plus petit que sa période propre  $T_0$

On apporte de l'énergie au système dans un intervalle de temps le plus petit<sup>4</sup> possible. On mesure l'évolution temporelle de l'oscillateur au cours du temps qui suit l'excitation par l'impulsion (typiquement des oscillations dont l'amplitude décroît) et on calcule le spectre fréquentiel de cette évolution en effectuant la transformée de Fourier.

5. Appelée souvent aussi "delta" en référence à la fonction de Dirac.

L'idée derrière cette méthode est que le spectre d'une impulsion<sup>5</sup> contient toute les fréquences. Ainsi, en une seule mesure, on soumet le système à toutes les fréquences. Ce dernier vibre alors, parmi toutes les fréquences possibles, aux fréquences de ses différents modes.

### 6.2.2 Étude fréquence par fréquence

On soumet le système à un signal sinusoïdal de pulsation  $\omega$  (c'est à dire une seule fréquence). Le système étant linéaire, il va lui aussi osciller sinusoïdalement à la pulsation  $\omega$ . On mesure alors l'amplitude des oscillations de l'oscillateur ainsi que le déphasage par rapport à l'excitation sinusoïdale que l'on impose.

6. Notons qu'il est aussi possible de réaliser des balayages ("sweep" en anglais) de fréquence pour réaliser bien plus rapidement ces mesures

On réplique<sup>6</sup> alors la mesure pour différentes pulsations  $\omega$ . Cette méthode est souvent appelée diagramme de Bode en électronique.

### 6.2.3 Réponse à un bruit blanc

Un bruit blanc est un signal en perpétuelle fluctuation, il possède, comme une impulsion, toutes les fréquences. Ainsi, comme pour la réponse impulsionnelle, on mesure l'évolution temporelle de l'oscillateur alors qu'on le soumet à un bruit blanc et on calcule le spectre fréquentiel de cette évolution en effectuant la transformée de Fourier. En pratique, cette technique est souvent réservée aux oscillateurs électroniques.

## 6.3 Oscillateur simple

### 6.3.1 Le régime libre

Le régime libre est obtenu en soumettant l'oscillateur à une *excitation impulsionnelle*. Concrètement, pour un pendule par exemple, cela veut simplement dire le lâcher à partir d'un angle  $\theta$  non nul et le laisser osciller. Pour un circuit RLC cela revient à envoyer une impulsion

électrique la plus courte possible et étudier l'évolution de la tension au cours du temps.

*Représentation temporelle et fréquentielle* Les oscillations peuvent être caractérisées en représentation temporelle ou en représentation fréquentielle.

La représentation temporelle est la plus courante. On trace l'amplitude du pendule en fonction du temps. Pour un pendule simple, aux petits angles et avec une atténuation modérée<sup>7</sup>, on observe une sinusoïde exponentiellement amortie.

7. C'est à dire en régime pseudo-périodique (voir plus loin)

La représentation fréquentielle représente l'amplitude des oscillations en fonction d'une fréquence qui *serait* imposée à l'oscillateur. On l'utilise assez souvent dans le cas du régime sinusoïdal forcé mais on peut tout à fait l'utiliser aussi en régime libre. L'information fréquentielle est aussi assortie d'une information sur le déphasage de l'oscillateur.

On passe d'une représentation à l'autre par *transformée de Fourier*. Plus exactement nous utiliserons ici une transformée de Fourier numérique souvent appelée FFT (pour Fast Fourier Transform). Nous allons utiliser cet outil comme une boîte noire qui permet de passer de la représentation temporelle à la représentation fréquentielle et inversement.

*Trois grandeurs caractéristiques*

*Fréquence propre* La fréquence à laquelle oscille le pendule libre (sans amortissement) est appelée fréquence propre  $f_0$ . En représentation temporelle, il s'agit tout simplement de l'inverse de la période des oscillations. En représentation fréquentielle il s'agit de l'abscisse pour laquelle l'amplitude est maximale et le déphasage vaut  $90^\circ$ .

*Facteur de qualité* — En représentation temporelle le facteur de qualité  $Q$  est le nombre d'oscillation visibles qu'effectue l'oscillateur avant d'être amorti. Plus l'oscillateur est amorti plus le facteur de qualité diminue. Pour un facteur de qualité inférieur à 1, l'oscillateur ne fait même pas une oscillation avant d'être amorti.

- En représentation fréquentielle le facteur de qualité représente la sélectivité en fréquence de l'oscillateur. Plus le facteur de qualité est grand plus l'excitation de l'oscillateur ne sera possible qu'autour de la fréquence propre. C'est le cas par exemple pour un quartz dont le facteur de qualité atteint souvent  $10^6$ . A contrario, si le facteur de qualité est faible, l'oscillateur sera mis en oscillation même avec des fréquences d'excitation loin de sa fréquence propre.

Dit autrement, le facteur de qualité  $Q$  est le reflet de l'amortissement de l'oscillateur. Plus l'amortissement est faible plus le facteur de qualité est grand (il y a beaucoup d'oscillations).

8. Cela peut se prendre qualitativement ainsi : plus le temps d'amortissement est grand plus l'oscillateur peut osciller longtemps et plus il est facile de connaître/mesurer précisément la fréquence de ces oscillations.

9. Cela correspond au cas où le discriminant de l'équation caractéristique de l'équation différentielle est négatif.

*Temps d'amortissement* Le temps d'amortissement est le temps caractéristique de retour à l'équilibre. D'un point de vue ingénierie, c'est un paramètre très important lorsque l'on met au point des amortisseurs par exemple. En représentation fréquentielle le temps d'amortissement est, comme le facteur de qualité relié à la sélectivité en fréquence de l'oscillateur, plus le temps d'amortissement est grand plus l'oscillateur est sélectif<sup>8</sup>.

### 6.3.2 Les trois types d'évolution de l'oscillateur amorti

*Évolution pseudo-périodique*  $Q > 1$  L'oscillation est dite quasi sinusoïdale<sup>9</sup> car elle est amortie :

$$x(t) = x_0 \cos(\Omega t + \varphi) e^{-t/\tau} \quad (6.1)$$

Où :

- $\Omega$  est la fréquence des oscillations qui est légèrement différente de la fréquence propre  $\omega_0$  de l'oscillateur :

$$\Omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \quad (6.2)$$

Dès que le facteur de qualité est supérieur à 5, la correction devient négligeable.

- $\tau$  est le temps d'amortissement de l'oscillateur, il vaut  $m/\alpha$  où  $\alpha$  est le coefficient de frottement visqueux telle que la force visqueuse vaille  $F = -\alpha v$ ,  $m$  est la masse de l'oscillateur. Le temps d'amortissement  $\tau$  est relié au facteur de qualité  $Q$  par :

$$Q = \omega_0 \tau \quad (6.3)$$

Comme il y a plusieurs oscillations, le facteur de qualité est supérieur à 1.

Dans ce régime, il y a conversion périodique d'énergie entre les formes cinétique et potentielle.

*Évolution apériodique*  $Q < 1$  L'amortissement est si important que l'oscillateur ne peut pas osciller<sup>10</sup>. Il atteint sa position d'équilibre selon une exponentielle décroissante.

La durée  $\tau'$  caractéristique de l'amortissement périodique vaut :

$$\tau' = \tau/Q^2$$

Avec un amortissement très important ( $Q \ll 1$ ), ce temps peut devenir très long.

En régime apériodique, le temps d'amortissement est d'autant plus long que l'amortissement est grand alors que c'est l'inverse en régime pseudopériodique.

Dans ce régime, l'énergie mécanique reste essentiellement sous forme potentielle, elle est dissipée dans les frottements sans être convertie en énergie cinétique.

10. On ne peut donc pas définir de pulsation d'oscillation.



*Évolution critique* :  $Q \approx 1$  : Il s’agit du cas théorique intermédiaire entre les deux précédents. L’oscillateur effectue environ une seule oscillation qui dure le temps  $\tau$  qui est environ égale à la période propre de l’oscillateur libre  $T_0 = 2\pi/\omega_0$ . Il s’agit du régime qui a le temps de retour à l’équilibre le plus faible.

### 6.3.3 Étude expérimentale du régime libre

#### Pendule de Pohl

- A l’aide d’un chronomètre<sup>11</sup>, mesurer la fréquence propre du pendule de Pohl (sans freinage magnétique donc). Estimer par la même occasion le facteur de qualité de l’oscillateur. Penser au barre d’erreur.
- En augmentant progressivement les courants de Foucault (i.e les frottements fluides), passer d’une évolution non amortie, à une évolution pseudopériodique puis à une évolution apériodique<sup>12</sup>. Noter les valeurs des courants associés. Essayer en particulier d’estimer la valeur du courant menant au régime apériodique critique (+ incertitude).
- Pour l’évolution pseudopériodique, relever l’amplitude des maxima successifs lors du régime et mesurer la période des pseudo-oscillations. Mesurer aussi le facteur de qualité de l’oscillateur.

#### Pendule simple

- A l’aide du système ceisam et du logiciel Latis pro, numériser les oscillations du pendule simple. On restera dans un premier temps dans le cadre de petites oscillations<sup>13</sup>. Les signaux sont relativement faibles, i.e de l’ordre de 100 mV, penser à ajuster les calibres de la numérisation pour éviter les artefacts de quantification du signal.
- Effectuer ensuite la FFT du signal numérisé pour obtenir la représentation fréquentielle de ces oscillations.
- Mesurer la fréquence propre et le facteur de qualité de l’oscillateur dans le domaine temporel (avec un chronomètre) et dans le domaine fréquentiel avec la FFT. Penser aux barres d’erreur.
- Dédire de vos mesures en régime libre le moment d’inertie du pendule et le comparer à sa valeur expérimentale<sup>14</sup>.
- Acquérir à nouveau les oscillations libre du pendule mais cette fois-ci avec de grandes oscillations<sup>15</sup> (plus de 60° pour l’angle initial). Que se passe-t-il<sup>16</sup> en représentation fréquentielle ?

#### Pendule de Pohl

#### Travail expérimental

- Mettre un courant de freinage de telle sorte que le facteur de qualité de l’oscillateur soit d’environ 10.

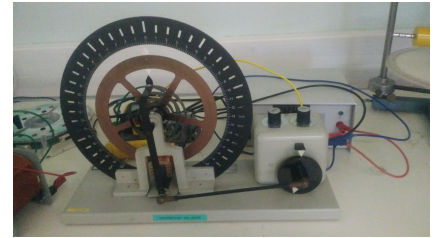


FIGURE 6.1: Le pendule de Pohl

- 11. Cela peut être celui de votre téléphone portable.
- 12. IMPORTANT : ne pas rester trop longtemps en régime apériodique, en effet cela nécessite un courant qui risque de faire fondre (par effet Joules) le revêtement des bobines.

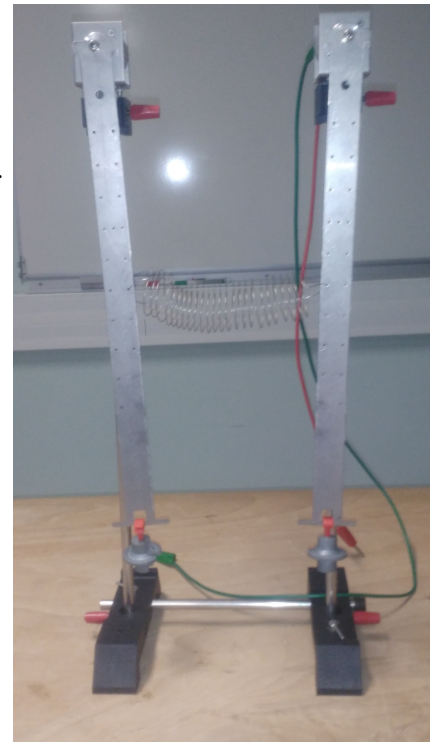


FIGURE 6.2: Deux pendules couplés par un ressort dont les oscillations peuvent être numérisées.

- 13. L’équation gouvernant les mouvements du pendule n’est linéaire que pour les petits angles pour lesquels  $\sin \theta \approx \theta$
- 14. On pourra négliger le moment d’inertie de la tige et considérer que le pendule se comporte comme une masse ponctuelle  $m$  se trouvant à la distance  $l$  de l’axe.
- 15. Attention à un éventuel décrochage de la masse
- 16. Chercher en particulier une éventuelle apparition de la 3eme harmonique

17. Au risque de se répéter, rappelons qu'il faut attendre la fin du régime transitoire qui dure environ  $Q$  oscillations.

- Relever l'amplitude maximale d'oscillation du pendule en *régime permanent*<sup>17</sup> pour différentes vitesses de rotation du moteur qui impose les oscillations forcées. La fréquence du moteur sera mesurée au chronomètre.
- Refaire l'expérience avec un facteur de qualité de l'ordre de 2.

#### *Travail pour le compte-rendu*

- Superposer les courbes de résonance en amplitude obtenues avec différent facteur de qualité sur un même graphe.
- Comment varie l'acuité de la résonance avec le facteur de qualité ?

### 6.4 Résonateur de Helmholtz

La plupart des instruments de musique utilisent le phénomène de résonance pour amplifier la vibration produite, par exemple, par une corde<sup>18</sup>.

Nous allons étudier le plus simple des résonateurs acoustiques : le résonateur de Helmholtz<sup>19 20</sup>. Il s'agit en fait de la vibration d'une masse d'air emprisonnée dans une cavité, en l'occurrence un ballon en verre de chimie<sup>21</sup>. Plus précisément, seul l'air dans le goulot est mis en mouvement, l'air à l'intérieur du ballon est quasi immobile. On peut modéliser le système comme un oscillateur masse+ressort où la masse est l'air contenu dans le goulot et le ressort la masse d'air dans le ballon.

L'objectif est de déterminer la fréquence fondamentale de résonance de cet oscillateur.

Nous allons procéder de quatre manières différentes :

- Tout d'abord, dans une approche type diagramme de Bode en électronique, nous allons exciter fréquence par fréquence le résonateur jusqu'à trouver celle qui le fait rentrer en résonance.
- Une autre méthode consiste à exciter l'oscillateur de manière impulsionnelle. On soumet ainsi l'oscillateur à toutes les fréquences en une seule mesure. Ce dernier vibre alors à sa fréquence propre ou fréquence de résonance.
- Ensuite, on soumet l'oscillateur à un bruit blanc. En l'occurrence, le bruit blanc sera réalisé en soufflant sur le goulot du résonateur.
- Enfin, on va inclure le résonateur dans la boucle d'un système bouclé. Plus concrètement, on va déclencher un effet Larsen au sein du résonateur et la fréquence du Larsen sera très proche de la fréquence de résonance du résonateur.

#### *Travail expérimental*

1. Approche fréquence par fréquence :

- Brancher la sortie d'un générateur basse fréquence (GBF) à l'amplificateur et ce dernier au haut-parleur.

18. Le mode de résonance le plus grave des caisses de résonances est souvent appelé mode de Helmholtz.

19. Ces oscillateurs sont souvent aussi utilisés pour le traitement acoustique dans les studios de musique. On peut aussi trouver dans les temples et les églises des vases qui, au-delà de leur rôle esthétique, jouent avant tout un rôle acoustique.

20. Helmholtz avait mis au point ces résonateurs pour décomposer harmoniquement un son. Il rassemblait un ensemble d'oscillateurs avec une fréquence de résonance croissante. Il regardait lesquels rentraient en résonance lorsque l'on soumettait l'ensemble au son à étudier. Sans le savoir, il avait reproduit le schéma de fonctionnement de l'oreille.

21.  $3,5 \pm 0,2$  cm pour le diamètre  $D$  du goulot, 500 mL pour le volume (c'est son volume nominal)  $7,5 \pm 0,5$  cm pour la longueur goulot  $L$

- Mettre la forme d'onde du GBF sur sinusoïde et balayer les fréquences entre 20Hz et 300Hz.
- Mesurer la fréquence pour laquelle l'oscillateur rentre en résonance (bien penser aux barres d'erreurs).

2. Approche impulsionnelle :

- Relier le microphone au pré-amplificateur/carte son.
- Paramétrer le logiciel audacity (voir p??).
- Approcher le micro du goulot de l'oscillateur.
- Exciter l'air à l'intérieur de l'oscillateur d'Helmholtz par une *pichenette au dessus du goulot*. On veut exciter l'air à l'intérieur du ballon, pas le ballon. Par conséquent, *ne pas taper sur le verre*. Attention, il ne s'agit pas de frapper les contours (ici en verre) de l'enceinte, mais d'exciter l'air dans l'oscillateur. De façon très prosaïque, on doit entendre un léger "plof".
- Enregistrer ce signal à l'aide du micro.
- Effectuer une analyse spectrale<sup>22</sup> sous Audacity et déterminer la fréquence propre de l'oscillateur (plus incertitude).

22. Qui n'est autre qu'une FFT (Fast Fourier Transform)

3. Réponse à un bruit blanc :

- Relier le microphone au pré-amplificateur/carte son.
- Paramétrer le logiciel audacity (voir p??).
- Approcher le micro du goulot de l'oscillateur.
- Souffler à incidence rasante dans le ballon. Vous devez très clairement entendre une note.
- Enregistrer ce signal à l'aide du micro.
- Effectuer une analyse spectrale sous Audacity et déterminer la fréquence du mode de Helmholtz qui est la fréquence de vibration la plus basse.

4. Système bouclé et effet Larsen :

- Relier le microphone au pré-amplificateur/carte son.
- Paramétrer le logiciel audacity (voir p??).
- Mettre le micro *dans* goulot de l'oscillateur.
- Augmenter le gain du pré-amplificateur et augmenter le volume des baffles jusqu'à qu'un son quasi sinusoïdal s'établisse entre les baffles et le micro.
- Enregistrer ce signal à l'aide du micro.
- Effectuer une analyse spectrale sous Audacity et déterminer la fréquence du mode de Helmholtz qui est la fréquence de vibration la plus basse.

*Travail pour le compte-rendu*

- Pourquoi utilise-t-on une onde sinusoïdale et pas une onde carrée par exemple pour exciter l'oscillateur ?

- En utilisant, l'évolution temporelle du signal sur Audacity, donner une estimation du facteur de qualité de l'oscillateur.
- A partir de l'enregistrement de la réponse impulsionnelle de l'oscillateur de Helmholtz mesurer la fréquence de résonance de l'oscillateur. On pourra procéder de deux manières différentes :
  - Dans le domaine *temporel*, mesurer la pseudo-période des oscillations amorties et en déduire la fréquence de résonance
  - Dans le domaine fréquentiel, en mesurant le maximum du spectre du signal obtenu via une transformée de Fourier (via Analyse → Spectre dans Audacity).
- A partir de l'enregistrement de la réponse à un bruit blanc de l'oscillateur de Helmholtz mesurer la fréquence de résonance de l'oscillateur.
- Expliquer succinctement le principe du Larsen. Quelle est la fréquence expérimental du signal ?
- Comparer les quatre méthodes de mesures (fréquence par fréquence, réponse impulsionnelle et réponse à un bruit blanc et système bouclé).
- La fréquence  $f_0$  de résonance d'un oscillateur de Helmholtz est donnée par :

$$f_0 = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{L_{eq}}} V \quad (6.4)$$

où  $c$  est la célérité du son dans l'air,  $S$  la section du goulot, avec  $L$  la longueur équivalente du goulot,  $D$  le diamètre du goulot et  $V$  le volume à l'intérieur du ballon (hors goulot). Comparer la valeur expérimentale à la valeur théorique.



FIGURE 6.3: Le système de pendules couplés

## 6.5 Deux oscillateurs couplés

Le couplage de deux oscillateurs, c'est à dire la possibilité que deux oscillateurs puissent échanger de l'énergie, conduit à l'apparition non pas d'une fréquence caractéristique mais de deux. A chacune de ces fréquences est associé un mode propre d'oscillation.

N'importe quel mouvement peut alors être décomposé en une combinaison linéaire de ces deux modes.

Dans le cas d'un système symétrique couplé et à deux degrés de liberté comme cela est le cas ici, on parle de mode symétrique et de mode antisymétrique.

### 6.5.1 Pendules de torsion couplés

NB : le pendule de torsion sont un peu grippés. Ne pas passer pas trop de temps sur cette partie.

On dispose de deux pendules de torsion formés de deux solides  $S1$  et  $S2$  pouvant osciller dans un plan horizontal soumis à deux couples

de rappel dus à des fils métalliques de constantes de torsion  $C$  pour les fils inférieur et supérieur, et  $C'$  pour le fil médian qui assure le couplage entre les deux pendules (voir fig. 6.3). Les fils sont choisis de sorte que  $C' \ll C$  (couplage faible). Les barres sont lestées par des masselottes qui peuvent être déplacées.

Les masses pèsent 1 kg et sont placées à 1 cm de l'axe.

L'ensemble est réglé pour que les 2 pendules de torsion aient le même moment d'inertie<sup>23</sup>  $J$  par rapport à l'axe de rotation  $\Delta$ .

Le pendule n'est plus tout jeune. Il donne néanmoins encore des résultats satisfaisant. On fera attention en particulier à ce que le fil de torsion ne viennent pas frotter sur les disques permettant de mesurer les angles.

#### Travail expérimental

- Bloquer un des deux pendules et mettre en oscillation le deuxième (en restant avec de petite amplitude d'oscillation pour que l'équation du mouvement reste linéaire). Le système n'a alors plus que un seul degré de liberté et on se retrouve dans la situation de la partie précédente.
- Mesurer au chronomètre la période propre du pendule. Penser au barre d'erreur.
- Refaire la même mesure pour l'autre pendule.

*Travail pour le compte-rendu* Chaque barre  $S_1$  ou  $S_2$  forme un pendule de torsion de constante de torsion  $C + C'$ , de moment d'inertie  $J$  par rapport à l'axe  $\Delta$  de rotation et constitue un oscillateur harmonique de pulsation<sup>24</sup> :

$$\omega_0^2 = \frac{C + C'}{J}$$

Vérifier que les deux pendules ont sensiblement la même fréquence propre  $\omega_0$ . A partir de la mesure de la pulsation propre  $\omega_0$  ainsi que la valeur du moment d'inertie (voir plus haut), donner la valeur expérimentale de la constante de torsion  $C + C'$ .

#### Excitation du mode symétrique

##### Travail expérimental

- On lâche en même temps à l'instant initial les deux pendules avec le même angle initial et sans vitesse initiale. Mesurer la période des oscillations (+ barre d'erreur).

##### Travail pour le compte-rendu

- Décrire le mouvement.
- Pourquoi appelle-t-on ce mode symétrique ?

23. On rappelle que dans ce cas simple le moment d'inertie du pendule vaut  $J = 2mr^2$  où  $m$  est le poids d'une des deux masses,  $r$  sa distance à l'axe.

24. C'est l'équivalent en torsion du célèbre  $\omega_0^2 = k/m$  de l'oscillateur en translation.

- Comment évolue la torsion du fil de couplage  $C'$  entre les deux pendules lors du mode symétrique ?
- Justifier alors que la pulsation théorique de ce mode est :

$$\omega_{\text{sym}}^2 = \frac{C}{J} \quad (6.5)$$

- Comparer avec la valeur expérimentale.

#### *Excitation du mode anti-symétrique*

##### *Travail expérimental*

- On lâche en même temps à l'instant initial les deux pendules avec des angles initiaux *opposés* et sans vitesse initiale. Mesurer la période des oscillations (+ barre d'erreur).

##### *Travail pour le compte-rendu*

- Décrire le mouvement. Pourquoi appelle-t-on ce mode anti-symétrique ?
- La pulsation du mode antisymétrique est :

$$\omega_{\text{anti}}^2 = \frac{2C' + C}{J} \quad (6.6)$$

Comparer avec la valeur expérimentale.

#### *Décomposition d'un mouvement quelconque*

*Travail expérimental* Toute condition initiale autre que les deux précédentes (mode symétrique et mode antisymétrique), conduit à des battements.

On peut par exemple procéder ainsi :

Lâcher un seul des pendules avec un angle initial quelconque (mais inférieur à  $20^\circ$  pour avoir un comportement linéaire) en maintenant le second pendule. Au bouts de quelque oscillations du premier pendule, lâcher le second. Le mouvement présente donc alors des battements, l'énergie est transférée périodiquement via le câble de couplage d'un pendule à l'autre.

Le mouvement a alors deux périodes caractéristiques :

- Une période courte correspondant à l'oscillation d'un des deux pendules. La fréquence de cette oscillation vaut :

$$\omega_{\text{oscillation}} = \frac{\omega_{\text{anti}} + \omega_{\text{sym}}}{2} \quad (6.7)$$

- Une période longue, celle des battements ou dit autrement la période de l'enveloppe. La fréquence de l'enveloppe vaut :

$$\omega_{\text{enveloppe}} = \frac{\omega_{\text{anti}} - \omega_{\text{sym}}}{2} \quad (6.8)$$

Mesurer la période des ces deux oscillations (+ barre d'erreur). La période longue peut être difficile à identifier. Il faut se concentrer sur l'un de deux pendules et il faut mesurer le temps entre deux arrêts ce dernier.

*Travail pour le compte-rendu*

- Lister l'ensemble des résultats expérimentaux.
- Retrouve-t-on expérimentalement le lien théorique entre fréquences des oscillations couplées et fréquences des battements comme combinaison de la fréquence du mode symétrique et du mode antisymétrique ?

### 6.5.2 Deux pendules couplés par un ressort

*Régime libre* Les deux pendules libres sont maintenant couplés par un ressort.

*Travail expérimental* En s'inspirant des expériences sur les pendules couplés en rotation, numériser les oscillations :

- du mode symétrique
- du mode anti-symétrique
- d'une oscillation quelconque

*Travail pour le compte-rendu* Par analyse fréquentielle, mesurer la fréquence du mode symétrique, du mode antisymétrique et montrer qu'un mouvement quelconque fait appel à la combinaison de ces deux fréquences<sup>25</sup>.

*Régime forcé*

*Travail expérimental*

- On cherche à exciter les pendules à la fréquence d'un des deux modes. Pour ce faire, on peut saisir un des pendules et lui donner périodiquement une impulsion<sup>26</sup> avec une fréquence proche de celle du mode que l'on souhaite imposer au système.
- On peut pour cela s'aider de l'application "métronome" qui émet des bips avec une fréquence paramétrable. Les fréquences des modes sont de l'ordre du Hz ce qui peut être parfois trop lent pour suivre précisément le métronome. Vous pouvez alors multiplier par 4 la fréquence dans l'application et ne mettre en mouvement le pendule que pour 1 bip sur 4 du métronome.
- Lorsque vous êtes proche de la fréquence d'un mode, le système prend la forme de ce mode (en l'occurrence symétrique ou antisymétrique)

25. Attention, les fréquences obtenues par analyse de Fourier ne sont pas celles de l'enveloppe des battements et des oscillations comme avec le pendule couplé en torsion. Il s'agit directement des fréquences des modes propres. Les formules 6.5 et 6.6 ne sont donc pas pertinentes ici.

26. Il ne s'agit donc pas d'une vibration sinusoidale. Cependant, en première approximation, on peut se dire que c'est la pulsation fondamentale de l'impulsion qui va mettre le système en résonance. Nous n'aborderons pas ici la notion de résonance paramétrique.

*Travail pour le compte-rendu*

- Décrire en quelques phrases vos observations.

6.6 *Chaine d'oscillateurs couplés*6.6.1 *Quatre pendules couplés par un ressort*

On relie maintenant les deux pendules couplés à deux autres pendules par l'intermédiaire d'un ressort (voir figure ??)

*Régime libre**Travail expérimental*

- Numériser le mouvement libre d'un des pendules avec le plus de périodes possibles afin d'augmenter au maximum la résolution fréquentielle.
- Étudier le spectre pour mesurer la fréquences des quatre mode du système (un par degré de liberté, i.e. par pendule)

*Travail pour le compte-rendu*

- Présenter la trace temporel du mouvement d'un des pendules et le spectre associé.

*Regime forcé**Travail expérimental*

- Comme dans la section sur deux pendules couplés, excité manuellement un des pendules aux différentes fréquences du système en s'aidant de l'application "métronome".
- Pour chaque mode faire un schéma de sa forme.

*Travail pour le compte-rendu*

- Dessiner chacun des 4 modes et indiquer leur fréquence.

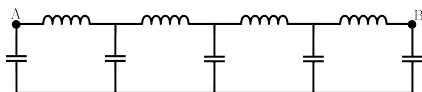


FIGURE 6.4: Chaine d'oscillateurs LC couplé

27. Rappelons que dans le cadre de l'analogie électromécanique, une inductance est équivalente à une masse  $m$ , et une capacité  $C$  à l'inverse d'une constante de raideur de ressort  $1/k$

6.6.2 *Chaine d'oscillateurs électriques couplés*

Nous allons maintenant étudier une chaine de  $N$  oscillateurs couplés. Un tel dispositif mécanique est difficile à mettre en place en particulier la partie numérisation des positions des masses. Nous allons donc nous contenter de son équivalent<sup>27</sup> électrique : une chaine d'oscillateurs LC couplés par capacité. Bien que moins spectaculaire, ce système va nous permettre de mettre évidence les points importants de la physique du problème.



Le circuit est schématisé sur la figure 6.4. Les condensateurs ont pour capacité  $C = 0.01 \pm 5\% \mu\text{F}$  et les bobines pour inductances  $L = 10 \pm 5\% \text{mH}$  et comme résistance  $R = 8.5 \Omega$

#### Travail expérimental

- Construire une chaîne de 6 oscillateurs.
- Sans réaliser un diagramme de Bode (i.e. étude fréquences par fréquences) qui serait trop long à réaliser, balayer progressivement et assez lentement la fréquence du GBF à la recherche des fréquences de résonances (théoriquement au nombre de 6). Noter la fréquence de chacune de ces résonances (ou plus exactement modes).
- Vérifier que le montage possède une fréquence de coupure<sup>28</sup>  $f_c$ , la mesurer (+ incertitudes).

28. C'est à dire qu'au delà d'une certaine fréquence, l'amplitude des oscillations au sein du circuit est nulle

#### Travail pour le compte-rendu

- Tracer la pulsation de résonance  $\omega_p$  en fonction du numéro  $p$  du mode et vérifier par un ajustement qu'elle vérifie<sup>29</sup> :

$$\omega_p = \omega_0 = 2\omega_0 \left| \sin \left( p \frac{\pi}{2(N+1)} \right) \right|$$

où  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  est la pulsation propre d'un oscillateur LC et  $N$  est le nombre d'oscillateur.

- Comparer la valeur obtenue pour  $\omega_0$  par l'ajustement à sa valeur théorique.
- Comparer la valeur expérimentale de la pulsations de coupure  $\omega_c$  à sa valeur théorique<sup>30</sup>  $\omega_c$ .

29. Cette formule est obtenue dans le cours au chapitre 4.

30. Notons, que nous retrouverons cette notion de pulsation de coupure d'une chaîne infinie d'oscillateur harmonique lors de l'étude de la capacité thermique (!) des solides dans le cours d'introduction à la physique de la matière condensée.



# 7 Ondes

Ce TP commence par des expériences portant sur les ondes stationnaires et par conséquent la notion de cavité :

- à une dimension avec la célèbre expérience de la corde de Melde,
- à deux dimensions avec la plaque de Chaldni,
- à 3 dimensions en étudiant les résonances dans un boîtier parallélépipédique voire de la pièce de TP elle-même.

On étudiera ensuite les coefficients de réflexion d'une onde lors d'un changement de milieu à travers la propagation et la réflexion d'une onde le long d'un câble coaxial de 100 m.

On s'éloignera ensuite légèrement de la thématique "onde" en abordant des notions d'acoustiques musicales.

On abordera ensuite expérimentalement un point qui n'a pas été traité par manque de temps en cours : l'effet Doppler.

Enfin, les notions plus subtiles de milieu dispersif et de dispersion due au guidage des ondes seront étudiées à travers les ondes de surfaces dans une cuve à onde et le guidage d'ondes ultrasonores respectivement.

## 7.1 Corde de Melde

N'importe quelle vibration<sup>1</sup> d'une corde fixée à ses deux extrémités (comme une corde de guitare), aussi complexe soit-elle, peut être décomposée en une somme pondérée d'oscillations simples appelées *modes fondamentaux*.

A la différence des pendules couplés du TP oscillateurs où il n'y a que deux modes, il faut une infinité de modes pour décomposer le mouvement d'une corde. Les modes propres sont des *ondes stationnaires* dont les fréquences sont quantifiées.

L'expérience de la corde de Melde a pour but de visualiser et d'étudier les premiers de ces modes fondamentaux.

L'expérience est schématisée sur la figure 7.1. Une corde, de masse et de raideur négligeables, est tendue par une masse  $m$  accrochée à l'extrémité d'un fil passant sur une poulie. Elle est mise en vibration

## Sommaire

7.1	Corde de Melde. . . . .	65
7.2	Tube de Kundt et mesure d'impédance acoustique . . . . .	66
7.3	Figure de Chaldni . . . . .	68
7.4	Mode d'une cavité 3D. . . . .	70
7.5	Onde dans un câble coaxial . . . . .	72
7.6	Acoustique musicale. . . . .	73
7.7	Dispersion . . . . .	76

1. Tant que les non-linéarités sont négligeables.



FIGURE 7.1: Schéma de l'expérience de la corde de Melde

par un pot vibreur auquel elle est accrochée à son autre extrémité. La corde est donc fixée d'un côté par la poulie et de l'autre côté par le vibreur car ce dernier est beaucoup plus rigide que la corde.

L'onde sinusoïdale initiée par le pot vibreur ( $s_{\text{prop}} = a_0 \sin(\omega t - kx)$ ) se propage le long de la corde jusqu'à être réfléchi au niveau de la poulie. Cette inversion s'accompagne d'un changement de signe pour l'amplitude<sup>2</sup> ( $s_{\text{reg}} = -a_0 \sin(\omega t + kx)$ ). La superposition de l'onde progressive et de l'onde régressive crée des interférences. Mathématiquement :

$$s_{\text{tot}} = s_{\text{prop}} + s_{\text{reg}} = a_0 \sin(\omega t - kx) - a_0 \sin(\omega t + kx) \quad (7.1)$$

$$= 2a_0 \sin(kx) \cos(\omega t) \quad (7.2)$$

On remarque que le terme temporel ( $\omega t$ ) et le terme spatial ( $kx$ ) sont maintenant découplés. Il n'y a plus de terme propagatif en  $\sin(\omega t \pm kx)$ . En d'autres termes, l'onde ne se propage plus et elle est appelée onde *stationnaire*.

Pour résumer, on met en *oscillation forcées* la corde. L'amplitude des vibrations ne sera importante que lorsque la fréquence d'excitation sera égale à celle d'un des modes du système.

#### Travail expérimental

- Régler la forme d'onde du GBF sur sinusoïde.
- En balayant la fréquence du GBF sur une gamme allant de quelques Hz à quelques centaines de Hz, trouver les fréquences mettant en résonance la corde. Pour chacun des modes de résonances étudier le profil en amplitude de la corde.
- Effectuer ces mesures pour plusieurs valeurs de la tension de la corde (que l'on peut modifier en changeant la masse soutenue par la poulie).

NB : ne pas oublier de mesurer la longueur et la masse de la corde.

#### Travail pour le compte-rendu

- Résumer les observations (fréquence + barre d'erreur, forme, longueur d'onde) concernant les modes de résonances dans un tableau.
- A partir des fréquences de résonances de la corde, donner une mesure de la vitesse de propagation de l'onde le long de la corde. Comparer à la valeur théorique.

## 7.2 Tube de Kundt et mesure d'impédance acoustique

NB : Cette partie est relativement longue si on fait les mesures proprement. Si vous travaillez en binôme et non en trinôme vous pouvez passer à la partie suivante et revenir à cette partie en fin de TP s'il reste du temps.

2. La situation serait différente avec d'autres conditions aux limites. Ici nous avons le cas où l'impédance est infinie.

Le tube de Kundt est l'analogie de la corde de Melde mais pour les ondes sonores. Le dispositif est composé d'un tube en plastique de section<sup>3</sup>  $S = 3 \text{ cm}$ .

Il est possible de déplacer un micro au sein du tube pour mesurer le signal acoustique à différentes positions.

Le tube de Kundt peut être utilisé pour mesurer la vitesse du son dans un gaz donné, ou plus souvent pour mesurer l'impédance acoustique d'un matériau.

Comparer à la corde de Melde, le tube de Kundt ne permet pas d'observer aussi facilement la forme des modes. Par contre, il est possible de changer l'impédance d'une des extrémités et de voir sa répercussion sur la forme et la pulsation des modes.

*Travail expérimental* On commence les mesures avec l'extrémité du tube bouchée<sup>4</sup>.

- Placer le microphone, au niveau de la paroi avec une fréquence quelconque. Voir sur l'oscilloscope si on a un signal maximum ou nul. En déduire si le microphone est sensible à la pression ou à la vitesse.
- Placer le microphone à un endroit où il est peu susceptible d'avoir un noeud ou un ventre de l'onde stationnaire (par exemple à  $3/7L$ ). Faire changer la fréquence du GBF de environ 0 Hz à 1000 Hz pour chercher les fréquences des modes du tube pour lesquelles le signal sonore est intense (cela s'entend mais surtout se voit sur le signal du micro sur l'oscilloscope). Noter ces fréquences de résonances.
- Pour une des fréquences de résonances, faire un relevé de la forme du mode en mesurant pour une dizaine de position le long du tube l'amplitude du signal acoustique. On mesurera en particulier le rapport d'onde stationnaire qui est donné par  $p(x_{\max})/p(x_{\min})$  où  $x_{\max}$  et  $x_{\min}$  sont la position où la pression  $p$  est maximum et minimum respectivement.

Reproduire ensuite ces mesures avec l'extrémité du tube de Kundt ouverte (impédance acoustique quasi nulle). On vérifiera en particulier que le taux d'onde stationnaire est bien plus grand qu'avec une extrémité bouchée.

*Travail pour le compte-rendu*

- Le microphone est-il sensible à la pression ou à la vitesse de l'onde acoustique? Justifier.
- Tracer la forme d'un des modes dans le cas tube ouvert et un d'un autre dans le cas tube fermée. Commenter.
- Tracer l'évolution de la fréquence  $f_n$  du mode  $n$  dans le cas du tube ouvert. En déduire une mesure de la vitesse du son dans l'air.

3. La section du tube est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde des ondes acoustiques

4. En première approximation on peut considérer que l'impédance acoustique est infinie. Mais les mesures vont justement montrer que cela n'est pas exactement le cas

- Tracer l'évolution de la fréquence  $f_n$  du mode  $n$  dans le cas du tube fermé, la courbe n'est plus une droite, en particulier pour les  $n$  faibles. Cela est dû au fait que l'impédance acoustique du bouchon n'est pas infinie.

On cherche à mesurer le coefficient de réflexion  $\bar{r} = re^{i\chi}$  du matériau fermant le tube de Kundt.

On obtient le module  $r$  du coefficient de réflexion via le taux d'onde stationnaire (TOS) :

$$\text{TOS} = \left| \frac{p(x_{\max})}{p(x_{\min})} \right| = \frac{1+r}{1-r}$$

Le déphasage  $\chi$  induit par la réflexion peut être obtenue par le décalage en fréquence des modes du tube. Le tube entre en résonance pour les nombres d'onde  $k$  tels que :

$$kL = n\pi + \frac{\pi + \chi}{2}$$

- Donner une estimation du coefficient de réflexion  $r$  à partir de la mesure du TOS.
- A partir de la courbe des fréquences de résonances  $f_n$  en fonction du numéro  $n$  du mode, donner une estimation du déphasage  $\chi$  créé par la réflexion sur le matériau fermant le tube.
- Le coefficient de réflexion et la différence d'impédance acoustiques des milieux est donnée par :

$$\bar{r} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad (7.3)$$

ici le milieu (1) est l'air d'impédance  $Z_{\text{air}} = \rho_{\text{air}} c_{\text{air}} \approx 410 \text{ Pa s m}^{-1}$ , le milieu (2) est le matériau fermant le tube. Donner une estimation (olus incertitude) de l'impédance  $Z_2$ .

### 7.3 Figure de Chaldni

5. Il faut faire la distinction entre une membrane qui est une pellicule dont l'épaisseur est négligeable et une plaque. Une membrane, tout comme la corde idéalisée de Melde, n'a pas de raideur.

6. Le point d'excitation de la plaque ne doit pas, en théorie, changer la forme des modes, elle change seulement l'intensité de leur résonance. En pratique, c'est souvent un peu différent ...

7. A vrai dire, cela est vrai pour une membrane dont le profil suit bien l'équation de Helmholtz

$$\Delta s + ks = 0$$

. Pour une plaque, le profil suit une équation biharmonique

$$\nabla^4 s - k^4 s = 0$$

NB : Cette expérience peut avoir un volume sonore élevé. Bien penser à remettre la plaque de plexiglass sur la boîte avant les mesures. Si besoin, vous pouvez utiliser le casque anti-bruit.

L'expérience des figures de Chaldni est l'équivalent à deux dimensions de la corde de Melde. Ici, ce n'est plus une corde dont on teste la réponse à une fréquence donnée mais une plaque<sup>5</sup> 2D métallique.

La plaque est mise en vibration par un pot vibreur en son centre<sup>6</sup>.

Tout comme sur la corde de Melde, si la plaque est excitée à une fréquence de l'un des modes, les interférences entre l'onde créée par le pot vibrant et les ondes réfléchies aux bords de la plaque conduisent à l'apparition d'ondes stationnaires que l'on peut mettre sous la forme<sup>7</sup> :

$$h(x, y, t) = \sin(\omega t) s(x, y)$$

La forme exacte de ces ondes stationnaires dépend des conditions aux limites. Lorsque la plaque est fixée à ses extrémités<sup>8</sup>, le calcul est simplement une extension à deux dimensions du cas de la corde de Melde et  $s(x, y) = \sin(k_p x) \sin(k_q y)$ . Lorsque les extrémités sont libres, comme cela est le cas ici, les calculs sont bien plus compliqués<sup>9</sup>...

Expérimentalement, les points nodaux (équivalent des nœuds de la corde de Melde) et les points antinodaux (les ventres) sont mis en évidence en déposant du sel ou du sable sur la plaque. En effet, les grains<sup>10</sup> sont chassés des ventres de vibrations et s'accumulent dans les points nodaux.

9. Lord Rayleigh a même dit que c'était un problème "of great difficulty". Voir par exemple l'article ??

10. Si les grains sont trop petits (i.e. quasiment de la poussière), c'est l'inverse qui se produit, ils sont attirés vers les nœuds de pression (et donc les ventres de vitesses)

*Travail expérimental*

- Comme pour la corde de Melde, balayer la fréquence du GBF entre environ 50 Hz et 1500 Hz pour observer les modes de résonances de la plaque. Pour chaque mode, noter sa fréquence (+ barre d'erreur) et en faire un schéma (ou prendre une photo). Attention, les plaques en résonances peuvent faire beaucoup de bruit. Si besoin, utiliser le casque anti-bruit mis à disposition.
- Faire l'expérience pour la plaque rectangulaire et la plaque circulaire.
- Comparer qualitativement les résultats expérimentaux avec les expressions théoriques présentés sur la figure 7.2 et 7.3.

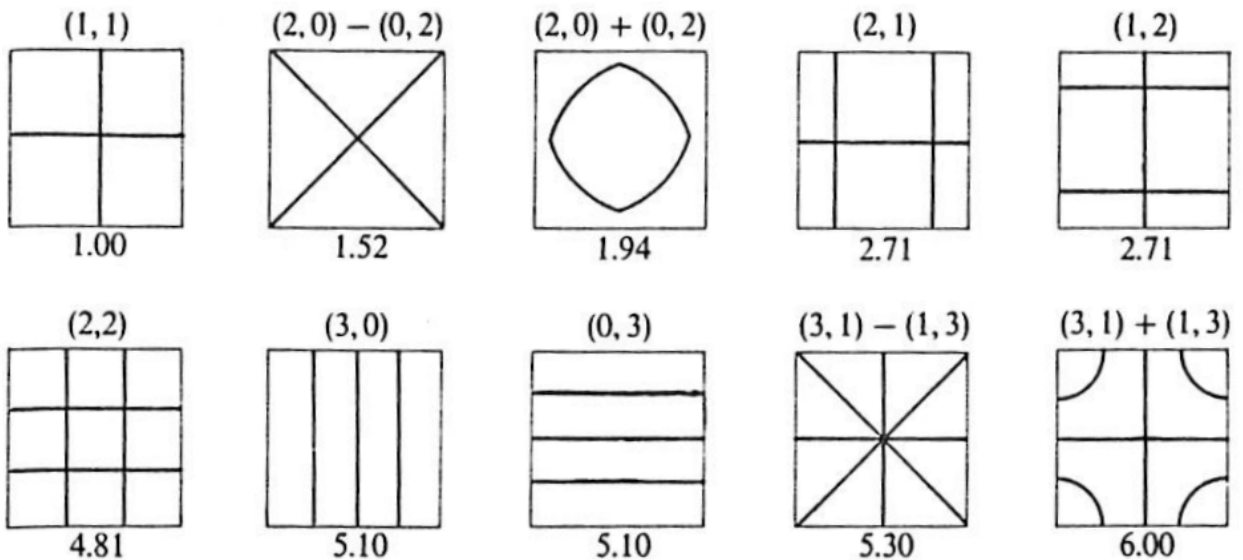


FIGURE 7.2: Schéma théorique des modes d'une plaque carrée dont les bords sont libres de vibrer. Issus de

*Travail pour le compte-rendu*

- Résumer les observations (fréquence + barre d'erreur, forme) concernant les modes de résonance dans un tableau.
- Comparer ces résultats expérimentaux aux prédictions théoriques (cf fig. 7.2) tant sur la forme des modes qu'à leur pulsation.

$f_{01} = 1.73f_{20}$	$f_{11} = 3.91f_{20}$	$f_{20} = 0.2413c_L h/a^2$	$f_{30} = 2.328f_{20}$	$f_{40} = 4.11f_{20}$	$f_{50} = 6.30f_{20}$
$f_{02} = 7.34f_{20}$	$f_{12} = 11.40f_{20}$	$f_{21} = 6.71f_{20}$	$f_{31} = 10.07f_{20}$	$f_{41} = 13.92f_{20}$	$f_{51} = 18.24f_{20}$
		$f_{22} = 15.97f_{20}$	$f_{32} = 21.19f_{20}$	$f_{42} = 27.18f_{20}$	$f_{52} = 33.31f_{20}$

FIGURE 7.3: Schéma théorique des modes d'une plaque circulaire dont les bords sont fixes. Les fréquences modales  $f_{mn}$  de la plaque circulaire suivent à peu près ce que Rayleigh a appelé "la loi de Chladni" :

$$f_{mn} = C(m + 2n)^p$$

où  $m$  et  $n$  sont les numéros du mode et  $C$  et  $p$  sont des constantes dépendant du matériau. Le coefficient  $p$  a typiquement des valeurs proche de 2.

Tracer la fréquence des modes dont le nombre  $m$  vaut  $m = 0$  (il s'agit des modes ayant une symétrie circulaire<sup>11</sup>) en fonction du nombre  $n$  ( $n$  correspond au nombre de cercles du mode, cf fig.7.3) et ajuster<sup>12</sup> la courbe pour obtenir une valeur de  $p$ .

11. On pourra au passage noter la similarité entre la forme de ces modes et la répartition de la probabilité électronique des couches  $s$  atomes. En effet, on peut voir en première approximation un atome comme une cavité sphérique pour les ondes de probabilités électroniques.

12. En utilisant par exemple le logiciel Veusz. Vous pouvez aussi tracer le logarithme de la fréquence des modes  $f_{0n}$  en fonction de  $n$  afin d'obtenir une droite de pente  $p$

13. L'impédance acoustique au niveau des parois est considérée comme infinie.

14.

15. Il s'agit, au passage, aussi de la forme que peut prendre un électron dans un métal dans le cadre du modèle de Sommerfeld (cf le cours d'introduction à la physique de la matière condensée

#### 7.4 Mode d'une cavité 3D

L'expérience est l'équivalent à trois dimensions de la corde de Melde. Une cavité parallélépipédique<sup>13</sup> de dimension interne  $L_x = 70$  mm,  $L_y = 50$  mm,  $L_z = 40$  mm, peut être mise en vibration via un microphone de contact<sup>14</sup>. Les vibrations de l'enceinte sont mesurées via un autre microphone de contact.

Comme pour la corde de Melde et les membranes de Chladni, n'importe quelle vibration peut être décrite par une somme d'ondes stationnaires 3D. Chaque onde stationnaire est caractérisée par 3 nombres  $n_x, n_y, n_z$ . Plus précisément, la pression  $P(x, y, z; t)$  au sein de la cavité peut s'écrire<sup>15</sup> :

$$P(x, y, z; t) = P_0 \cos\left(\frac{n_x \pi}{L_x} x\right) \cos\left(\frac{n_y \pi}{L_y} y\right) \cos\left(\frac{n_z \pi}{L_z} z\right) \sin(\omega t) \quad (7.4)$$

avec pour le vecteur d'onde  $k$  associé :

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \quad \text{avec} \quad k_x = n \frac{\pi/L_x}{;}; \quad k_y = n_y \frac{\pi/L_y}{;}; \quad k_z = n_z \frac{\pi/L_z}{;} \quad (7.5)$$

La relation des ondes sonores permet d'aboutir à la fréquence d'un mode  $\{n_x, n_y, n_z\}$  :

$$f_{n_x, n_y, n_z} = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} + \frac{n_z^2}{L_z^2}} \quad (7.6)$$

où  $c$  est la vitesse des ondes sonores dans la cavité.

NB : Une pièce (comme celle où vous vous trouvez actuellement) est en soit un résonateur pour les ondes sonores. Un traitement acoustique vise à diminuer l'amplitude des résonances (et anti-résonances) des modes.



*Travail expérimental*

- Comme pour la corde de Melde, parcourir avec un GBF en mode sinusoïdale une gamme spectrale allant de 100 Hz à 3000 Hz et repérer la fréquence des modes de la cavité avec le deuxième microphone de contact branché sur un préamplificateur suivi d'un oscilloscope.

NB : le facteur de qualité est plutôt bon ce qui fait que la position spectrale des modes est très précise et leur largeur spectrale est de l'ordre du Hz. Par conséquent, il faut être *extrêmement précis* avec le GBF.

*Travail pour le compte-rendu*

- Trouver pour chaque mode les nombres  $\{n_x, n_y, n_z\}$  qui lui sont associés. Indiquer en particulier l'erreur relative entre la valeur théorique et la valeur expérimentale. Résumer les résultats dans un tableau.
- A partir d'une certaine fréquence  $f_s$ , dite de Schroeder, la distance fréquentielle  $\Delta f$  entre deux modes est plus petite que la largeur de la résonance d'un mode. Il n'est alors plus possible de distinguer un mode de l'autre. Donner une estimation de la fréquence  $f_s$  de Schroeder de cette cavité.

7.4.1 *Mode de résonance d'une pièce*

L'expérience est l'équivalent à trois dimensions de la corde de Melde. Une pièce (comme celle où vous vous trouvez actuellement) est en soit un résonateur pour les ondes sonores. A nouveau, n'importe quelle vibration peut être décrite par une somme d'ondes stationnaires 3D. Chaque onde stationnaire est caractérisée par 3 nombres  $n, m, l$ .

Nous allons étudier les fréquences de la pièce par une méthode impulsionnelle<sup>16</sup>(voir le TP Vibration et en particulier la partie sur le résonateur de Helmholtz section 6.4 p56).

Une pièce est un système bien moins idéal qu'une corde de Melde ou une plaque de Chaldni, notamment à cause des meubles qui diffractent les ondes sonores. Il ne faut pas s'attendre à voir dans la réponse spectrale de la pièce des modes aussi bien définie que pour la corde de Melde.

*Travail expérimental* L'idée est donc d'exciter l'ensemble des modes de la pièce avec un signal sonore impulsionnel<sup>17</sup>. Il s'agit donc d'émettre le signal sonore le plus court possible. On pourra par exemple taper dans ses mains où crever un ballon de baudruche<sup>18</sup>. La réponse de la pièce est numérisée via un micro relié à un ordinateur. La FFT de ce signal donne la réponse spectrale de la pièce.

16. Pour la corde de Melde et la plaque de Chaldni, nous avons adopté une approche fréquence par fréquence (type diagramme de Bode). Nous pourrions utiliser cette méthode en envoyant dans un haut parleur une rampe de fréquence (type sirène de police) dans la pièce

17. Ce signal contient en théorie toutes les fréquences.

18. En pratique, on utilise plutôt une arme à feu chargée à blanc, matériel dont on pourra se dispenser ici ...

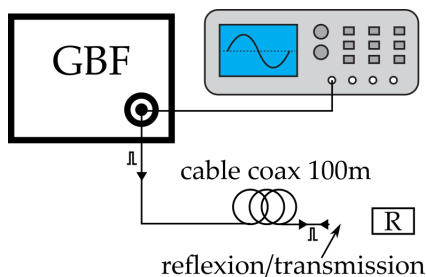


FIGURE 7.4: Réflexion et transmission à la sortie d'un câble coaxial de 100 m de long

19. Cela correspond mécaniquement à une corde accrochée à un mur (une masse infinie qui ne peut pas être mis en mouvement)
20. La tension réfléchie n'est pas inversée par rapport au signal initial. Cela est assez contre-intuitif car pour une corde l'onde réfléchie par un mur est inversée (une montagne devient une vallée). Il s'agit ici d'un point assez subtil que nous aborderons dans le cours d'onde et vibration. Il y a toujours deux grandeurs qui se propagent dans une onde. On peut associer la première à une contrainte et la deuxième à une déformation. Lorsque l'on regarde le profil de la corde, on étudie la grandeur associée à la déformation. A contrario, dans une onde électrique la tension est la grandeur de contrainte (celle de déformation étant le courant). Les coefficients de réflexions en amplitude ne sont pas les mêmes pour la grandeur de contrainte ( $r_{\text{contrainte}} = (Z_2 - Z_1)/(Z_2 + Z_1)$ ) et la grandeur de déformation ( $r_{\text{déformation}} = (Z_1 - Z_2)/(Z_2 + Z_1)$ ) où  $Z_i$  est l'impédance du milieu  $i$ .
21. Ou prendre une photo de l'écran.
22. Cela correspond mécaniquement au système un peu étrange suivant : la corde est attachée à un anneau qui peut coulisser sans frottements le long d'une tige.

En pratique, la position d'où on émet le signal impulsionnel et la position du micro changent la réponse mesurée car on excite/détecte préférentiellement certains modes.

#### Travail pour le compte-rendu

- Présenter un graphe montrant la réponse en fréquence de la salle de TP en mettant en évidence quelques résonances de la pièce.

### 7.5 Onde dans un câble coaxial

Dans cette expérience, nous allons nous intéresser plus particulièrement aux réflexions d'une onde (ici électromagnétique) lors d'un changement de milieu de propagation. Cela va permettre d'illustrer le concept d'adaptation d'impédance.

L'expérience est schématisée sur la figure 7.4. Un Générateur Basse Fréquence (GBF) qui fonctionne en mode impulsion ("burst") envoie des impulsions sub-microsecondes dans un câble coaxial long d'une centaine de mètres. Au bout du câble, l'onde est partiellement réfléchie et revient en arrière. L'amplitude et les caractéristiques de l'onde réfléchie dépendent de l'impédance électrique placée en bout de câble. En l'occurrence, nous avons placé une résistance variable. Un oscilloscope permet de visualiser les impulsions émises par le GBF ainsi que les impulsions réfléchies en bout du câble coaxial.

#### Travail expérimental

- Normalement, la plupart des connexions sont déjà effectuées. Débrancher la résistance au bout du câble coaxial, l'impédance de sortie est alors *infinie*<sup>19</sup>. Mettre le GBF en mode "burst". La fréquence règle alors la durée de l'impulsion. Envoyer une impulsion la plus courte possible et étudier le signal réfléchi<sup>20</sup>.
- Constater que l'impulsion réfléchie s'est étalée au cours de la propagation. Cela est dû au fait qu'un câble coaxial est un milieu *dispersif* pour la propagation de l'onde. Dit autrement, une impulsion est composée de beaucoup de fréquences et chacune de ces fréquences n'a pas exactement la même vitesse de propagation le long du câble. Penser à exporter<sup>21</sup> les données de l'oscilloscope.
- Brancher maintenant la résistance variable en sortie du câble coaxial
  - Mettre la résistance sur  $0\Omega$ , la sortie du câble coaxial est donc en circuit ouvert ce qui correspond à une impédance électrique *nulle*<sup>22</sup>. Quelle est la forme du signal réfléchi ?
  - Trouver la valeur de la résistance qui annule quasi-totalement le signal réfléchi. Que vaut la valeur de cette résistance ? On parle alors d'*adaptation d'impédance*. L'impédance en sortie de câble est égale à l'impédance du câble. Tout se passe comme si l'onde ne rencontrait pas de changement de milieu de propagation. En

l'occurrence, la quasi totalité de l'énergie contenue dans l'onde est transférée efficacement dans la résistance qui la dissipe par effet Joule, il n'y a donc quasi<sup>23</sup> plus de réflexion.

#### Travail pour le compte-rendu

- Montrer sur une figure l'effet de la dispersion sur la forme de l'impulsion. De combien de microseconde s'est allongée l'impulsion en 200 m de propagation dans le câble ? Expliquer brièvement pourquoi cela peut poser problème et in fine limiter le débit pour le transfert d'information numérique le long du câble ?
- Présenter sur une figure l'effet sur la réflexion de l'impédance en sortie (infinie, nulle et adaptation). Quelle valeur d'impédance (+ incertitude) obtenez vous pour le câble coaxiale.
- A partir du temps mis par l'impulsion pour effectuer un aller/retour, donner une estimation de la vitesse de propagation moyenne de l'onde dans le câble coaxial. Sachant que cette vitesse  $c_{\text{cable}}$  vaut  $c_{\text{cable}} = c / \sqrt{\epsilon_r}$  où  $c$  est la vitesse de la lumière et  $\epsilon_r$  la permittivité diélectrique du câble<sup>24</sup>, en déduire une mesure de la permittivité diélectrique du câble (+ incertitude).

23. L'impédance du câble coaxial contient aussi une partie imaginaire à cause des effets capacitifs en son sein. Il faudrait aussi placer un condensateur pour faire une adaptation d'impédance parfaite.

24. le diélectrique présent entre l'âme et la tresse du câble coaxiale est souvent du polyéthylène dont la permittivité diélectrique moyenne est tabulée à 2.3

## 7.6 Acoustique musicale

Vous avez à votre disposition une carte-son branchée sur un ordinateur muni du logiciel audacity. Vous pouvez brancher sur la carte son un synthétiseur et/ou un micro. La carte-son est munie d'un préampli qui permet de régler le niveau d'enregistrement. Une fiche d'utilisation d'audacity se trouve à côté de l'ordinateur

Si nécessaire, vous pouvez trouver des informations sur les liens entre physique/mathématiques et musique dans cette vidéo particulièrement bien faite :



### 7.6.1 Notion de timbre et de hauteur

#### Travail expérimental

- Brancher le synthétiseur sur la carte son.
- Enregistrer et analyser spectralement et temporellement le son d'une même note mais jouer par plusieurs sons du synthétiseur.

*Travail pour le compte-rendu* Illustrer, dans le domaine temporel et le domaine fréquentiel, la notion de timbre et de hauteur d'un instrument.

### 7.6.2 La gamme tempérée

La gamme tempérée comporte 12 notes dont la fréquence suit une suite géométrique.

*Travail expérimental* A l'aide du synthétiseur, enregistrer avec un même instrument les 12 notes d'une octave (notes blanches + notes noires du clavier)

*Travail pour le compte-rendu* En étudiant le spectre de chaque note et en particulier sa fréquence fondamentale, retrouver la raison de la série qui permet de passer de la fréquence d'une note à une autre. Comparer la à la valeur théorique qui est  $\sqrt[12]{2}$ .

### 7.6.3 Notion d'accord parfait

Certains accords sonnent agréablement à l'oreille (on les appelle consonants) et d'autres sont dissonants. Nous allons essayer d'en donner une explication mathématique.

*Travail expérimental*

- Sélectionner un son du synthétiseur comprenant beaucoup d'harmonique.
- Vérifier que lorsque l'on joue les notes de l'accord do, mi et sol, le son est harmonieux.
- Enregistrer et analyser spectralement successivement le son des notes do, mi, sol
- Vérifier que lorsque l'on joue les notes de l'accord do et ré, le son est dissonant.
- Enregistrer et analyser spectralement successivement la note do et ré.

*Travail pour le compte-rendu*

- Étudier le contenu harmonique de la note do. Noter la position fréquentielle de chacune des harmoniques.
- Étudier le contenu harmonique des notes mi et sol. Noter la position de leur fréquence fondamentale.
- Vérifier alors que vous trouvez dans les harmoniques de la note do des multiples de la fréquence fondamentale des notes mi et sol. En d'autre terme, les harmoniques de la note do contiennent les notes mi et sol.
- Par un raisonnement analogue montrer pourquoi l'accord do-ré est dissonant.

### 7.6.4 Notion de formant

Le son produit par nos cordes vocales ne possède pas à lui tout seul les caractéristiques sonores du langage (voyelles, consonnes, ...). Plus précisément, les cordes vocales émettent un son dont le spectre correspond assez bien avec une onde triangulaire<sup>25</sup>. Nous pouvons seulement changer la fréquence à laquelle vibre les cordes vocales mais on peut difficilement changer leur timbre<sup>26</sup>. Le timbre du son émis par les cordes vocales est alors très fortement filtré par notre larynx et notre cavité bucale. Lorsque l'on prononce par exemple la voyelle "a", les cordes vocales émettent le même timbre que lorsque l'on prononce par exemple la voyelle "i", par contre les configurations de notre larynx et de notre bouche changent drastiquement le filtre fréquentiel que l'on applique au son brut émis par les cordes vocales<sup>27</sup>.

Nous allons essayer de caractériser le filtre caractéristique que l'on associe aux différentes voyelles<sup>28</sup>. On appelle ces filtres les "formants".

#### Travail expérimental

- Brancher le micro sur la carte son.
- Prononcer et enregistrer les voyelles "a", puis "e" (de "œuf"), "i", "o" et "u" (voir tableau 7.1).

#### Travail pour le compte-rendu

- Analyser spectralement l'amplitude relative des harmoniques pour les voyelles.
- Comparer aux valeurs données dans le tableau 7.1.

notation phonétique	exemple	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$
a	Galilée	830 (113)	1438 (183)	2900 (170)	4065 (256)
oe	vecteur	599 (86)	1678 (156)	2843 (208)	4107 (221)
i	microscopie	275 (32)	2585 (228)	3815 (228)	4521 (256)
o	oscilloscope	415 (44)	842 (103)	2862 (165)	4048 (228)
y	nucléaire	276 (29)	2091 (167)	2579 (216)	3826 (221)

### 7.6.5 Battement entre deux diapasons légèrement désaccordés

Dans cette expérience nous allons mettre en avant le concept de battement. Ce phénomène se produit lorsque l'on additionne deux sons sinusoïdaux de fréquences proches. Notre oreille entend alors une

25. C'est à dire un son contenant toutes les harmoniques avec une décroissance en  $1/n^2$
26. Il existe des techniques de chant, comme par exemple chanter en voie de tête, qui utilise différemment les muscles mises en jeu dans la vibration des cordes vocales et qui par conséquent change aussi un peu le spectre du son émis.
27. Par contre, les cordes vocales sont responsables de l'intonation de notre voix, ce que l'on appelle la prosodie.
28. Les consonnes sont avant tout déterminées par leur transitoire, c'est à dire leur variation brusque. Le son associé n'est pas périodique et leur spectre est par conséquent très large et plat.

TABLE 7.1: Valeurs formantiques moyennes des maxima en Hz de quelques voyelles orales du français. Les écarts types sont donnés entre parenthèses. D'après Laurianne Georgeton et al. Analyse formantique des voyelles orales du français en contexte isolé : à la recherche d'une référence pour les apprenants de FLE. Conférence conjointe JEP-TALN-RECITAL 2012, Jun 2012, Grenoble, France.

modulation de l'amplitude du son total avec une fréquence de l'ordre de quelques Hz.

#### *Travail expérimental*

29. Penser à  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$

- Prendre deux diapasons ayant la même fréquence de résonance (typiquement à 40 Hz). Ajouter une masselote à l'une des branches d'un de deux diapasons, cela à pour conséquence d'abaisser<sup>29</sup> sa fréquence de résonance de quelques Hz.
- Mettre en vibration les deux diapasons en même temps et acquérir avec le micro leur son. Vérifier que l'on entend bien des battements. Tout se passe comme si, l'amplitude du son est modulée avec une fréquence de l'ordre de quelques hertz.
- Étudier la réponse spectrale du signal. Constaté qu'il n'y a pas de fréquence dans la zone 1 Hz–10 Hz

#### *Travail pour le compte-rendu*

- Montrer l'évolution temporelle et la réponse fréquentielle des battements
- Expliquer mathématiquement pourquoi il n'y a pas de fréquence dans la zone 1 Hz–10 Hz.

### 7.7 Expériences portant sur la dispersion des ondes

#### 7.7.1 Définition de la dispersion

La dispersion est le fait que deux ondes monochromatiques de fréquences différentes se propagent à des vitesses différentes. Il s'agit d'un phénomène auquel nous sommes peu habitué car l'air n'est pas un milieu dispersif pour les ondes sonores. Les fréquences acoustiques aiguës se propagent à la même vitesse que les fréquences graves. A contrario, une onde lumineuse rouge se propage plus rapidement dans du verre qu'une onde bleue.

Il existe deux sources de dispersion que nous allons illustrer par deux expériences :

30. Cf les relations de Kramers-Kronig

- Le milieu de propagation. De façon très générale, dès qu'un milieu est absorbant, il est dispersif<sup>30</sup>.
- Le guidage d'une onde.

#### 7.7.2 Vitesse de phase et dispersion pour des ondes à la surface de l'eau

L'idée est de mesurer successivement pour plusieurs ondes de surface sphérique et monochromatique :

- Leur longueur d'onde  $\lambda = 2\pi/k$ .
- Leur fréquence  $f = 2\pi\omega$ .

Attention le milieu est grandement dispersif, nous n'avons pas la relation classique entre la périodicité spatiale  $\lambda$  et la fréquence temporelle  $f$  :

$$\lambda \neq \frac{c}{f}$$

La fréquence temporelle  $\omega$  et la fréquence spatiale  $k$  d'une onde sphérique et monochromatique sont reliées par la relation de dispersion<sup>31</sup> qui prend ici une forme assez complexe :

$$\omega^2 = \tanh(kh) \left[ gk + \frac{\gamma}{\rho} k^3 \right] \quad (7.7)$$

avec :

- $h$  la profondeur du liquide au repos
- $\rho$  la masse volumique du liquide
- $\gamma$  sa tension de surface.

Nous allons pour cela utiliser une cuve à onde (cf fig.7.5). Ce dispositif permet d'étudier les ondes à la surface d'un liquide. Pour ce faire un tuyau, appelé plongeur, est amené juste à la surface de l'eau. L'autre extrémité du tuyau est relié à un haut-parleur émettant une onde sinusoïdale dont on peut changer la fréquence. Ainsi, le plongeur à la surface de l'eau déplace périodiquement la surface de l'eau en son point de contact et par conséquent impose l'apparition d'une onde sinusoïdale. Un système d'éclairage ainsi qu'un grand miroir à 45° projette l'image des ondes sur un écran<sup>32</sup>. L'éclairage est aussi muni d'un stroboscope afin de figer les ondes pour l'observateur afin de visualiser et de mesurer les ondes de surface. Le stroboscope est cependant très instable pour la cuve à onde que nous possédons.

*Travail expérimental* Commencer par mesurer le grandissement  $G$  du système optique de la cuve à onde en immergeant un objet de dimensions connues<sup>33</sup> puis en mesurant ses dimensions sur l'écran.

Nous souhaitons mesurer, pour plusieurs valeurs de la fréquence émise par le tuyau,  $f$ , deux quantités :

1. La valeur exacte de  $f$ , car on ne peut absolument pas se fier à l'indication donnée sur la cuve à onde.
2. La longueur d'onde  $\lambda$  des ondes de surfaces créés par le plongeur.

Pour une dizaine de fréquence  $f$ , allant de 10 Hz à 60 Hz environ :

- Régler le stroboscope pour figer<sup>34</sup> les ondes de surfaces.
- Mesurer avec une règle la longueur d'onde de l'onde de surface (+ incertitude).
- Noter la fréquence  $f$  du plongeur.

*Travail pour le compte-rendu*

- Tracer la courbe de dispersion<sup>35</sup> donnant l'évolution de la pulsation  $\omega$  en fonction du vecteur d'onde  $k$ .
- Ajuster la relation de dispersion par la formule<sup>36</sup> 7.7.

31. Les ondes sont plutôt liées à la gravité à très basse fréquence et à la tension de surface à plus haute fréquence.

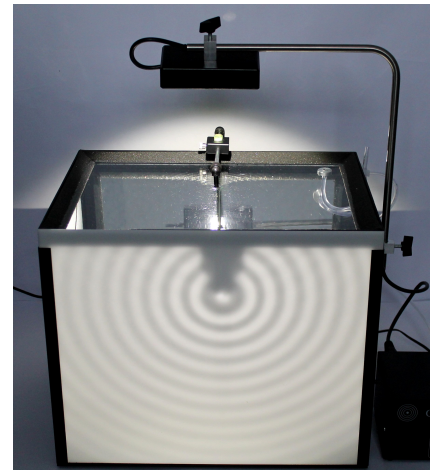


FIGURE 7.5: Photo d'une cuve à onde.

32. La figure se forme par ombroscopie. La position des maxima de l'onde de surface courbe la surface et forme une lentille. Les faisceaux issus de la lampe sont réfractés par cette lentille faite d'eau. Les faisceaux convergent puis divergent. Au bilan, là où il y a un maxima de l'onde on aperçoit une zone noire sur l'écran

33. Un double décimètre par exemple.

34. Cela sera le cas lorsque le stroboscope aura une fréquence égale à un multiple de la fréquence de l'onde

35. La courbe de dispersion donne l'évolution de la pulsation temporelle  $\omega = 2\pi f$  de l'onde en fonction de sa pulsation spatiale  $k = 2\pi/\lambda$

- En déduire une valeur expérimentale de la tension de surface de l'eau  $\gamma$  (voir aussi p.115)

### 7.7.3 Propagation guidée des ondes acoustiques dans l'air

L'expérience cherche à montrer que si on envoie une impulsion ultrasonore dans un guide d'onde (en l'occurrence un tuyau de diamètre égale à quelque cm) l'impulsion s'étale temporellement au fur et à mesure de la propagation.

Plus précisément, l'impulsion est la somme de plusieurs composantes fréquentielles. Lorsque l'impulsion se propage dans l'air, toutes ces composantes vont à la même vitesse car l'air n'est pas un milieu dispersif pour les ondes sonores. Par contre, dans le guide d'onde, à cause du guidage, les différentes fréquences ne vont pas se propager à la même vitesse et l'impulsion s'étale. On parle alors de *dispersion intermodale*.

La dispersion intermodale caractérise la différence de vitesse effective de propagation de deux ondes harmoniques de même pulsation ( $\omega$  fixée) mais portées par des modes différents. Elle est due aux *conditions aux limites* imposées à l'onde.

L'application mathématiques de ces conditions aux limites conduit principalement à deux grandes conséquences :

- Seules certaines configurations spatiales de l'onde peuvent se propager au sein du guide. On parle de *mode*. Un mode de propagation du guide est une solution propagative, harmonique (l'onde est monochromatique avec une pulsation  $\omega$  fixée), et compatible avec les conditions aux limites. Les fréquences de ces modes sont quantifiés, et chaque mode  $a$ , a priori, sa propre vitesse de propagation.
- Il existe une pulsation de coupure basse associée à chaque mode en dessous de laquelle une onde ne peut pas être guidée.

Il ne faut pas perdre de vue qu'au delà de l'intérêt théorique lié à la dispersion modale présentée ici, le guidage joue avant tout un rôle pratique considérable : il permet de *transmettre* l'énergie d'une onde d'un point A à un point B bien plus efficacement qu'avec une propagation dans l'espace libre grâce à un *confinement* de l'onde.

Nous utilisons des émetteurs ultra-sonore, dont l'émission utilise des cristaux piézoélectrique avec une fréquence de résonance est proche de 40 kHz. L'utilisation la plus courante est d'alimenter ces émetteurs avec une fréquence sinusoïdale très proche de la fréquence de résonance. Ce n'est *pas* ce mode que nous allons utiliser ici.

Les émetteurs comportent aussi un peu d'électronique qui permet de créer des salves (ou impulsions). Plus précisément, l'émetteur émet des séries de blocs d'ondes sinusoïdales appelées salves. Chaque salve est relativement courte (une dizaine de ms) et constitue l'impulsion.



L'émetteur fonctionnant en mode impulsif est accolé à un tube de diamètre 2 cm et de longueur 2 m. Au bout du tube du tuyau se trouve un récepteur<sup>37</sup>. Émetteur et récepteur sont branchés sur un oscilloscope pour étudier l'évolution temporelle des signaux ultrasonores.

*Travail expérimental* La première expérience est de montrer que l'intensité de l'onde sonore captée par le récepteur (sans s'intéresser pour l'instant à sa forme) est bien plus grande avec guidage que sans. Pour ce faire mesurer la valeur du signal capté par le récepteur avec et sans guidage (en déplaçant le tuyau).

Commencer par une analyse qualitative de la dispersion. Vérifier que ;

- l'impulsion s'étale temporellement.
- l'impulsion, une fois étalée, comporte plusieurs maxima qui correspondent aux différents modes de propagation dans le tuyau.
- étudier qualitativement, l'effet sur l'intensité relative des modes<sup>38</sup> en fonction de l'inclinaison de l'émetteur par rapport à l'axe du tuyau, puis du déplacement du récepteur sur la section de sortie du tuyau.

Afin de mener une analyse plus quantitative, relever les temps d'arrivée des différents modes. Penser aussi à exporter les données de l'oscilloscope ou prendre une photo de son écran.

On peut enfin remplacer le tuyau par un autre de plus faible section. On voit alors que le nombre de mode diminue. Avec le tuyau proposé, il n'y en a même plus qu'un seul. On a donc, de façon assez analogue à une fibre optique, un guide d'onde monomode.

*Travail pour le compte-rendu*

- Analyse qualitative. Présenter une figure montrant les différents modes dûs au guidage dans le tuyau. Donner leur vitesse de propagation au sein du tuyau. Comparer cette vitesse à celle du son.
- L'analyse quantitative consiste à mesurer les temps de propagation de chaque mode et de les comparer à leur valeur théorique. Soit  $\lambda_s$  la longueur d'onde de l'onde ultra-sonore en propagation libre et  $\lambda_g$  la longueur d'onde guidée d'un des modes repéré par les deux indices  $m$  et  $n$ , on montre que l'on a :

$$\frac{1}{\lambda_g^2} = \frac{1}{\lambda_{\text{libre}}^2} - \frac{\mu_{mn}}{(2\pi a)^2}$$

où  $a$  est le rayon *intérieur* du tuyau et  $\mu_{mn}$  est l'extremum numéro  $n$  de la fonction de Bessel<sup>39</sup>  $J_m$  (cf tableau 7.2). Ce que l'on peut aussi écrire en terme de vitesse de groupe du mode  $mn$  :

$$v_g = \frac{d\omega}{dk_g} = c_s \sqrt{1 - \left(\frac{\mu_{mn} c_s}{a\omega}\right)^2}$$

37. Émetteur et récepteur sont en fait le même capteur. En effet, le cristal piézoélectrique peut fonctionner en :

*émetteur* si on applique une tension il se déforme en suivant la tension appliquée,

*récepteur*, sa déformation due à l'onde acoustique crée une différence de potentielle proportionnelle à la déformation.

38. En effet, chaque mode correspond à une répartition de la pression au sein du tuyau. Ainsi, selon l'angle d'incidence de l'émetteur il est plus ou moins facile d'exciter un mode donnée, de même pour la captation en fin de tuyau par le récepteur.

39. Les fonctions de Bessel sont des fonctions définies par des équations différentielles dont les valeurs numériques sont tabulées. Elle interviennent très souvent lorsque les conditions aux limites d'un système ont une symétrie circulaire

où  $c_s$  est la vitesse du son.

Le cas  $m = 0, n = 1$  correspond au premier mode, qui est une onde plane se propageant selon l'axe du tuyau. La vitesse de ce mode  $c_s$  est le même que pour l'onde en propagation libre. C'est le mode le plus rapide, il arrive donc en premier en sortie de tuyau et il est donc facile à identifier.

La vitesse des autres modes peut-être largement inférieure à la célérité du son dans l'air libre.

TABLE 7.2: Valeur des  $\mu_{mn}$  : positions des zéros numéros  $n$  de la fonction de Bessel d'ordre  $m$

$m$	$\mu_{m1}$	$\mu_{m2}$	$\mu_{m3}$	$\mu_{m4}$
0	0	3.83	7.02	10.2
1	1.84	5.33	8.54	-
2	3.05	6.71	9.97	-
3	4.20	8.02	-	-
4	5.32	9.28	-	-
5	6.42	10.5	-	-

## 8 Spectroscopie

UN SPECTROSCOPE est un appareil qui met en jeu un phénomène physique qui est fonction de l'énergie des photons étudiés. Dit autrement, le spectroscope transforme l'énergie des photons incidents en une quantité plus facile à mesurer. Par exemple, un spectroscope à prisme met en jeu la dispersion chromatique au sein du matériau ainsi que la réfraction pour transformer l'énergie des photons en une déviation angulaire. Un spectroscope à réseau met en jeu la diffraction.

Bien que l'on puisse a priori décrire mathématiquement le fonctionnement du spectroscope, la réalisation pratique du spectroscope (fente d'entrée, trajet de la lumière, ...) fait qu'il vaut mieux calibrer le spectroscope. C'est à dire qu'il vaut mieux mesurer le comportement empirique du spectroscope plutôt que de chercher une description théorique. Cela est d'autant plus vrai que le fonctionnement interne du spectroscope est complexe, ce qui est le cas ici.

Le premier objectif du TP est de calibrer un spectroscope à double prisme. Il s'agit d'un appareil assez rare qui était utilisé au CNRS dans les années 60. Le spectroscope sera vu comme une boîte noire dont on cherche à trouver la fonction de transfert : pour un photon avec une longueur d'onde  $\lambda$ , quelle est sa déviation à la sortie du spectroscope ?

Dans un deuxième temps, vous allez monter sur table optique un spectroscope à réseau en utilisant la configuration la plus répandue : celle de Czerny-Turner. Nous utiliserons par la suite un spectromètre commercial, basé sur le même montage optique mais déjà calibré.

Les deux spectroscopes seront utilisés pour mesurer le spectre de sources couramment utilisées en spectroscopie et mettant en jeu des phénomènes physiques différents. Le spectroscope à réseau sera aussi utilisé pour effectuer une mesure de la constante de Planck.

---

### Sommaire

<b>8.1</b> Calibration d'un spectromètre à double prisme . . . . .	82
<b>8.2</b> Réalisation d'un spectroscope à réseau . . . . .	83
<b>8.3</b> Estimation de la constante de Planck . . . . .	88
<b>8.4</b> Oxymètre . . . . .	88
<b>8.5</b> Estimation de la constante de Rydberg . . . . .	89
<b>8.6</b> Spectre de fluorescence de la rhodamine . . . . .	89

---

## 8.1 Calibration d'un spectromètre à double prisme

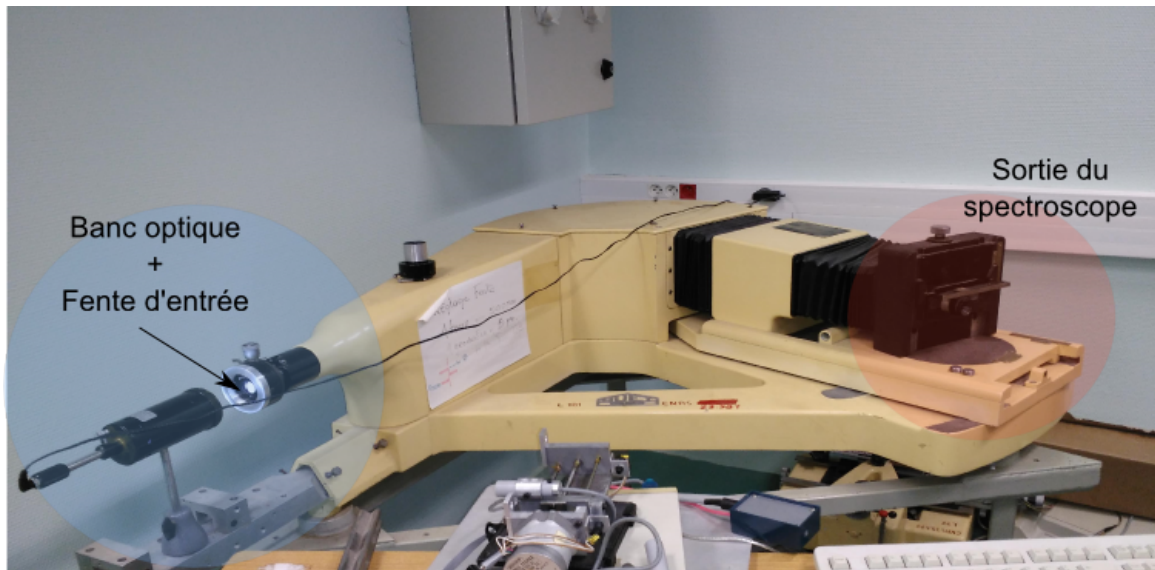


FIGURE 8.1: Spectroscopie à double prisme utilisé au CNRS dans les années 60  
1. <http://jeanmarie.biansan.free.fr/optgeo.html>

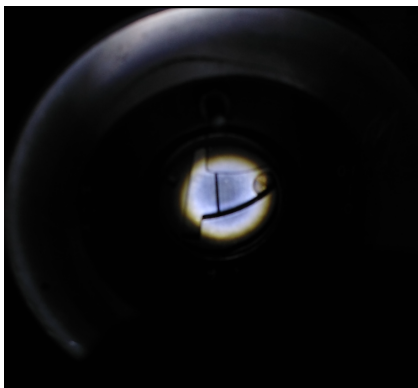


FIGURE 8.2: Éclairage de la fente d'entrée. Ici l'éclairage est uniforme mais on pourrait focaliser un peu plus la lumière.

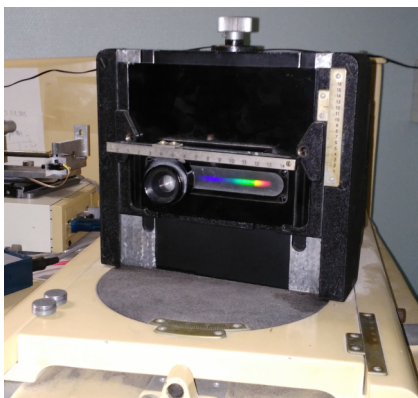


FIGURE 8.3: Système de mesure en sortie du spectroscopie. Le spectre est celui d'une lampe LED blanche.

1. Rappeler le principe de fonctionnement d'un spectroscope utilisant un seul prisme. On s'aidera d'un schéma. Quel est le rôle joué par la fente d'entrée du spectroscope ?
2. Proposer un schéma pour le fonctionnement d'un spectroscope avec deux prismes. On pourra tracer par exemple le trajet d'un faisceau bleu et d'un faisceau rouge au sein du dispositif. Alternativement, vous pouvez aussi utiliser le logiciel de simulation optique, open source et gratuit, optgeo<sup>1</sup>.

*Travail expérimental*

- (a) L'entrée du spectroscope est munie d'un petit banc optique. Fixer la lampe spectrale au bout du banc et utiliser une lentille pour concentrer la lumière émise par la lampe sur la fente d'entrée du spectroscope. Il faut chercher à avoir le plus de lumière possible sur la partie ouverte ouverte de la fente tout en gardant un éclairage uniforme (cf fig 8.2).
- (b) Mesurer le spectre d'une lampe spectrale à vapeur de mercure. Les mesures sont faites manuellement en sortie du spectroscope (cf fig 8.3). Relever les positions des raies. Ne pas hésiter à prendre des photos.
- (c) Transférer les données brutes vers Veusz. Via un ajustement, trouver le polynôme ( $\lambda = ax^2 + bx + c$  où  $x$  est la position en cm le long de la règle) qui permet de reconstruire la fonction de transfert de la position le long de la règle vers la longueur d'onde de la lumière.

Les raies de la lampe de mercure sont données dans le tableau 8.1. Bien faire attention à la présence d'une raie UV qui, du fait que

l'écran de sortie du spectroscopie soit fluorescent<sup>2</sup> apparaît bleu ciel.

- (d) Muni de la calibration, mesurer le spectre d'une lampe spectrale à vapeur de cadmium<sup>3</sup> (voir table 8.1)
- (e) Mesurer enfin le spectre d'une lampe sodium. Une lampe sodium possède un doublet jaune<sup>4</sup> dont les deux raies ne sont séparées que par 0,6 nm. Il s'agit souvent du test ultime pour un spectroscopie réalisé en salle de TP : est-ce que l'appareil peut résoudre le doublet du sodium ? La taille de la fente d'entrée joue alors un rôle crucial :
- Diminuer la taille de la fente réduit l'intensité lumineuse injectée dans le spectroscopie.
  - Augmenter la taille de la fente diminue la résolution du spectroscopie. En effet, le système optique forme l'image de la fente d'entrée sur le système de détection. Plus la fente d'entrée est large plus l'image le sera aussi. Ainsi si l'image de la fente en sortie du spectroscopie est plus grande que la largeur de la raie spectrale recherchée, le spectroscopie perd en résolution.

3. La lampe cadmium possèdent souvent des raies ne figurant dans le tableau 8.1. Ces raies proviennent d'un autre gaz.

4. La transition jaune est due au passage des électrons du niveau excité 3p de l'atome de sodium vers le niveau fondamental 3s. Du fait du couplage entre le moment angulaire de l'électron sur le niveau 3p ( $l=1$ ) et de son propre moment angulaire (spin), le spin total  $j$  prend deux valeurs  $j=3/2$  et  $j=1/2$ . Ces deux valeurs du spin total sont à l'origine des deux raies du doublet.

<i>Mercur</i>	UV	Violet	Violet	Vert	Doublet jaune
$\lambda$ (nm)	365,02	404,66	435,83	543,07	576,96, 579,07
<i>Cadmium</i>	Bleue	Rouge			
$\lambda$ (nm)	479,99	643,85			

TABLE 8.1: Raies les plus brillantes de la lampe Mercur et Cadmium

### Travail pour le compte-rendu

- Présenter en détail la démarche expérimentale que vous avez suivie pour calibrer le spectroscopie avec la lampe de mercur.
- Faire un graphe où figure la courbe de calibration obtenue avec la lampe de mercur ainsi que les positions expérimentales des raies du cadmium et du sodium.
- Discuter qualitativement de l'accord entre la courbe de calibration obtenue avec la lampe mercur et les raies du cadmium et du sodium.

## 8.2 Réalisation d'un spectroscopie à réseau

Le schéma optique du spectroscopie est présenté sur la figure 8.4. L'élément central du montage est un réseau de diffraction en réflexion. Ce dernier est formé de fines fentes réfléchissantes équiréparties qui diffractent la lumière incidente. Tous les rayons diffractés interfèrent et, au bilan, tout se passe comme si l'angle de réflexion sur le réseau dépendait de la longueur d'onde du faisceau incident (cf le TP sur la diffraction).

Reprenons le chemin du faisceau optique de montage optique dit de "Czerny – Turner" :

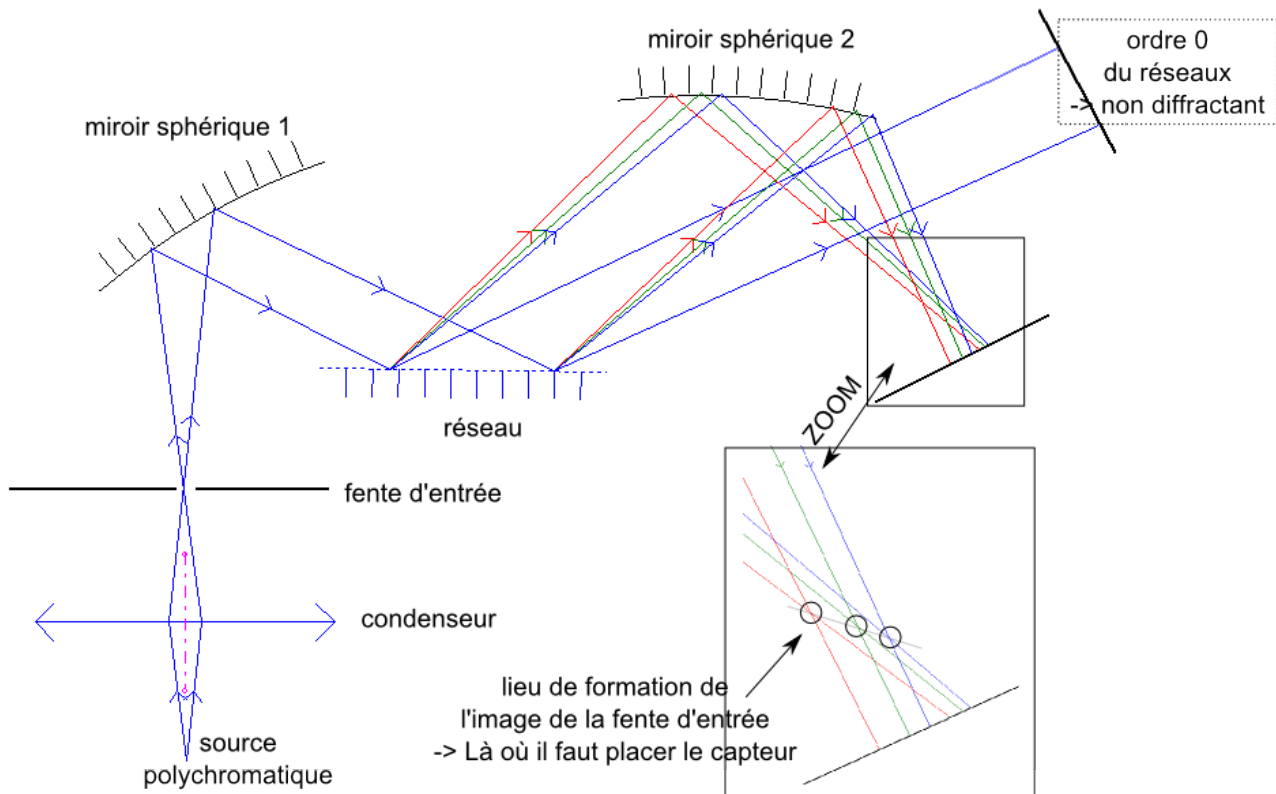


FIGURE 8.4: Schéma optique d'un spectroscopie de Czerny – Turner

- La lumière créée par la source est condensée (focalisée) sur la fente d'entrée du spectroscopie.
- La fente joue alors le rôle de source secondaire. Comme pour le spectroscopie précédent sa taille conditionne deux paramètres antagonistes : sensibilité (la quantité de lumière) et résolution.
- Un premier miroir sphérique collimate (i.e renvoie à l'infini) les faisceaux provenant de la fente d'entrée. La fente d'entrée est donc placée au foyer du miroir sphérique.
- Le faisceau collimaté est envoyé vers le réseau. Ce dernier diffracte la lumière en plusieurs ordres.

On s'intéresse<sup>5</sup> uniquement ici à l'ordre 0 et l'ordre 1 :

5. Le réseau utilisé ici est un réseau dit « blazé ». Les éléments diffractant du réseau ont une structure en « toit d'usine ». Cela a pour conséquence de concentrer l'énergie diffractée par le réseau dans l'ordre 1. Par conséquent, l'ordre 0 est moins intense qu'avec un réseau standard dont les éléments diffractant sont rectangulaire

- L'ordre 0 n'est pas diffractant, une lumière incidente polychromatique (e.g. blanche) qui est réfléchi par le réseau reste polychromatique. L'ordre 0 est en réflexion spéculaire (i.e. qui suit la loi de Descartes  $i_1 = i_2$ ).
- L'ordre 1 est diffractant, l'angle de réflexion dépend de la longueur d'onde, c'est ici que s'effectue la transformation de l'énergie des photons incidents en une quantité plus facile à mesurer : un angle.
- Les faisceaux issus de l'ordre 1 sont toujours collimatés et sont interceptés par un deuxième miroir sphérique. Ce dernier forme donc l'image en son plan focal. C'est ici qu'il faut placer le capteur (en l'occurrence la barrette CCD « Caliens »).

### 8.2.1 Construction et calibration du spectromètre

#### Travail expérimental

- Construction du spectromètre :
  - A partir du matériel à votre disposition (cf fig 8.4), réaliser le spectroscopie. La meilleure solution est de suivre le cheminement du faisceau décrit plus haut.
  - NB : attention aux traces de doigts sur les optiques!!
  - Nous utiliserons comme source d'entrée une fibre optique en plastique. Le premier bout de la fibre sera maintenu au plus près de la source à étudier et l'autre bout sera placé devant la fente d'entrée du spectroscopie.
  - Placer le premier miroir sphérique de sorte à collimater le faisceau issu de la fente d'entrée.
  - Placer ensuite le réseau pour qu'il intercepte et réfléchisse le faisceau collimaté.
  - Placer le deuxième miroir sphérique pour intercepter l'ordre 1 du réseau. L'image de la fente se forme alors dans le plan focal image de ce miroir.
  - Avec un papier blanc trouver la position du plan focal du deuxième miroir où se forme le spectre de la source. L'image est celle de la fente c'est à dire un trait vertical. Plus précisément, un trait vertical par longueur d'onde.
  - Autour de ce plan focal, étudier qualitativement l'astigmatisme<sup>6</sup> du montage optique. Où vaut-il mieux placer la barrette CCD qui est horizontale?
  - Prendre des photos du montage et du spectre de la LED blanche.

#### Travail pour le compte-rendu

- Présenter succinctement votre montage et le spectre obtenu.

### 8.2.2 Mesure du spectre de sources usuelles

Nous allons ici mesurer le spectre de différentes sources. Nous allons utiliser un spectroscopie de type Czerny-Turner compact qui est relié à un ordinateur et qui est déjà calibré<sup>7</sup> (voir fig ??).

*Lampe spectrale* Une lampe spectrale met à profit les transitions électroniques au sein d'un atome. Comme celle-ci est bien définie en terme d'énergie le spectre d'une telle lampe forme un ensemble de raies.

#### Travail expérimental

- Mesurer le spectre d'une des lampes spectrales (Mercure, Sodium, ou Cadmium)

6. L'astigmatisme est du à l'utilisation des miroirs sphériques en dehors des conditions de Gauss et c'est un phénomène bien connu pour un spectroscopie de type Czerny-Turner. Comme pour toute aberrations optiques, à cause de l'astigmatisme l'image d'un point (par exemple une zone de la fente d'entrée) n'est plus un point dans le plan image. Plus précisément, l'image d'un point ne converge plus dans le plan image mais focalise d'abord horizontalement avant le plan image, puis verticalement après le plan image.

7. Il faut lancer le logiciel "multi spectro"

*Travail pour le compte-rendu*

- Comparer avec les valeurs que vous avez obtenues dans la première partie du TP.
- En quelques lignes et avec un schéma, décrire le principe physique d'émission d'une lampe spectrale.

*Lampe thermique* Il s'agit des lampes dites à filament. Leur spectre est proche de celui d'un corps noir. L'émission de lumière (ou plus précisément d'onde électromagnétique) est due à l'agitation thermique des électrons au sein de la matière (voir fig ??).

*Travail expérimental*

- Mesurer le spectre d'une lampe à filament, c'est à dire dans le langage courant une ampoule.
- Le spectre est manifestement incorrect dans la partie infrarouge. Utiliser la fonction (i.e. cocher la case) "compensation de la réponse du capteur".

*Travail pour le compte-rendu*

- Présenter le spectre et expliquer le fonctionnement de la "compensation de la réponse du capteur".
- En quelques lignes et avec un schéma, décrire le principe physique d'émission d'une lampe à filament.

*Spectre Solaire**Travail expérimental*

- Entrebailler temporairement les volets de la salle afin de mesurer le spectre solaire. Pointer la fibre optique vers le soleil (ou vers les nuages faute de soleil).
- Vérifier que le spectre solaire contient des raies d'absorption.

*Travail pour le compte-rendu*

- Présenter le spectre expérimental.
- Faire une courte étude bibliographique sur internet pour attribuer chaque raies d'absorption aux éléments chimiques de l'atmosphère.

8. En injectant un électron d'énergie suffisante dans un assemblage de semi-conducteurs dopés, une jonction PN, l'électron permet une transition d'un des électrons du semi-conducteur de la bande de valence vers la bande de conduction. La recombinaison de l'électron excité et du trou laissé dans la bande de valence conduit à l'apparition d'un photon dont l'énergie est celle du gap plus ou moins les énergies cinétiques de l'électron initial.

*LED "monochromatique"* La lumière émise par une LED est due à l'électroluminescence<sup>8</sup>. Un électron provenant du circuit électrique perd l'énergie  $eU_{LED}$  où  $U_{LED}$  est la tension aux bornes de la LED. Cette énergie est transformée en énergie lumineuse avec la création d'un photon d'énergie  $E = h\nu_{LED}$ .



*Travail expérimental*

- Mesurer le spectre de LED rouge, bleu, jaune et vert (vous en aurez aussi besoin dans la section 8.3) ainsi que celui d'une LED blanche.

*Travail pour le compte-rendu*

- Présenter les spectres expérimentaux. Vous pouvez par exemple les superposer sur le même graphe.

*LED blanche* Une LED blanche est en fait une LED bleue<sup>9</sup> émettant vers 450 nm. La LED est recouverte d'un matériau phosphorescent qui absorbe une partie de la lumière bleue et re-émet<sup>10</sup> de la lumière entre 500 et 700 nm. La lumière issue d'une LED blanche a donc deux origines physiques très différentes. La partie bleue est de l'électroluminescence et la partie verte-rouge est de la phosphorescence.

*Ampoule à économie d'énergie* Les tubes fluorescents, improprement appelées parfois "néon" et les ampoules à économie d'énergie sont en fait des lampes spectrales. Plus exactement il s'agit de lampes mercure. Ce dernier est contenu dans un tube en verre dans lequel on fait passer des décharges électriques qui ionisent le mercure. Celui-ci émet ses raies caractéristiques dont plusieurs raies UV. Tout comme pour une LED blanche, le tube est recouvert d'un matériau phosphorescent. Ce matériau absorbe les raies UV de la lampe mercure et re-émet dans le visible.

*Travail expérimental*

- Mesurer le spectre de l'ampoule à économie d'énergie.

*Travail pour le compte-rendu*

- Comparer le spectre avec celui d'une lampe spectrale à vapeur de mercure.

*Laser* La lumière laser<sup>11</sup> provient de l'émission stimulée d'un matériau capable d'amplifier la lumière enfermée dans une cavité optique.

*Travail expérimental*

- Mesurer le spectre d'un des lasers<sup>12</sup> (rouge, vert ou bleu)

*Travail pour le compte-rendu*

- Présenter le spectre. Que penser de la largeur spectrale du spectre ?

9. Une LED blanche n'émet donc pas d'UV contrairement à ce que l'on peut lire parfois. Par contre elles émettent beaucoup plus de lumière bleue qu'une ampoule à filament ou la lumière solaire.

10. Le matériau phosphorescent sont des molécules qui absorbe la lumière bleue. Une partie de l'énergie absorbée est transformée en rotation et vibration de la molécule, l'autre sous forme de lumière. Comme l'énergie ré-émise à moins d'énergie que la lumière absorbée, elle est de longueur d'onde plus grande.

11. Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation

12. Pour être plus précis, il s'agit de diode laser

### 8.3 Estimation de la constante de Planck

Une Diode ElectroLuminescente (ou LED en anglais), transforme l'énergie électrique en énergie lumineuse. En supposant qu'il n'y a pas de perte d'énergie dans le processus, on a donc que l'énergie perdue par l'électron dans son passage dans la LED est égale à l'énergie du photon émis.

13. La chute de tension  $U$  (multipliée par  $e$ ) au sein de la LED peut être vue comme une perte ou plutôt ici conversion de l'énergie potentielle de l'électron.

— L'énergie perdue par l'électron vaut  $eU$  où  $U$  est la tension aux bornes de la LED et  $e$  la charge de l'électron<sup>13</sup>.

— L'énergie du photon émis vaut  $h\nu = hc/\lambda$  où  $\nu$  est la fréquence du photon émis et  $\lambda$  sa longueur d'onde.

On a donc :

$$\frac{hc}{\lambda_{\text{LED}}} = eU_{\text{LED}} \quad (8.1)$$

14. A partir de 2018, la mesure de la constante de Planck (via une balance de Watt), sera la mesure de référence pour définir l'unité de masse (le kg).

Par conséquent, en mesurant le spectre d'émission de plusieurs LED ainsi que la tension à leurs bornes, il est donc possible de remonter à la valeur de la constante de Planck<sup>14</sup>  $h$ .

#### Travail expérimental

— Plusieurs LED de différentes couleurs, des résistances pour limiter le courant qui passe dans les LED, des planches de prototypage ainsi que des piles sont à votre disposition. Réaliser le montage présenté sur la figure ??

— Pour chaque LED (au moins 4 couleurs différentes) :

— Changer la tension appliquée au circuit jusqu'à trouver la valeur seuil où la LED commence à émettre.

— Mesurer le spectre d'émission de la diode avec votre spectromètre et le spectromètre commercial. Repérer la position du maximum  $\nu_{\text{LED}}$

— Mesurer la tension seuil  $U_{\text{LED}}$

#### Travail pour le compte-rendu

— Tracer le maximum spectral de la lumière émise par la LED en fonction de la tension seuil à ses bornes.

— Ajuster la courbe précédente par une droite.

— En déduire une estimation de la constante de Planck (+ incertitudes).

### 8.4 Oxymètre

<https://www.youtube.com/watch?v=4pZZ5AEEmek>

## 8.5 Estimation de la constante de Rydberg

Bohr 1913

Les études spectroscopiques de l'atome d'hydrogène ont joué un rôle important dans l'établissement de la mécanique quantique dans les années 1920. Les raies d'émissions de cet élément ne possédant qu'un électron et un proton ont servi de point d'accroche expérimentale sur lesquelles tester les nouvelles théories. Ainsi, dès 1913, Niels Bohr, dans une première ébauche très rudimentaire<sup>15</sup> de modèle quantique de l'atome d'hydrogène, retrouve la loi décrivant les écarts énergétiques entre les niveaux d'hydrogène.

Plus précisément, Les niveaux d'énergies de l'atome d'hydrogène sont donnés par :

$$E_n = -\frac{hcR_H}{n^2} \quad (8.2)$$

où  $h$  est la constante de Planck,  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide et  $R_H$  la constante de Rydberg<sup>16</sup> que l'on cherche à mesurer.

Le spectre d'émission d'un atome d'hydrogène correspond aux transitions entre les niveaux  $E_n$ . La longueur d'onde  $\lambda_{mn}$  de transition entre un niveau d'énergie  $n$  et un autre d'énergie  $m$  est donnée par la relation de Rydberg :

$$\frac{1}{\lambda_{mn}} = R_H \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (8.3)$$

où  $m$  et  $n$  sont des entiers positifs avec  $m < n$ . Pour des raisons historiques, les raies sont regroupées en *série* portant un nom d'un physicien. Chaque série correspond à une valeur du nombre  $n$ . La série  $n = 2$  est celle de Balmer<sup>17</sup> qui est la seule à avoir des raies dans le visible : celles qui vont de  $m = 3$  (raie  $H_\alpha$ ) à  $m = 6$  (raie  $H_\delta$ ).

### Travail expérimental

- A l'aide de votre spectromètre et/ou le spectromètre commercial, mesurer le spectre d'une lampe d'hydrogène. Régler le temps d'exposition pour avoir une dynamique maximale.

### Travail pour le compte-rendu

- Présenter le spectre expérimental. Identifier les raies provenant de l'hydrogène et celle provenant de polluants (en particulier l'oxygène). Dresser un tableau contenant la position expérimentales des raies de l'hydrogène (+incertitudes) confrontées aux valeurs théoriques.
- Tracer la courbe  $\lambda$  vs  $(1/n^2 - 1/m^2)$ . Ajuster par une droite pour obtenir une valeur expérimentale de la constante de Rydberg (+ incertitudes) que vous comparerez à la valeur tabulée.

## 8.6 Spectre de fluorescence de la rhodamine

15. On parle souvent d'atome de Bohr. Il s'agit d'un modèle planétaire où l'électron gravite autour du proton (sans rayonner d'énergie...). Seules certaines orbites stables sont autorisées pour l'électron, elles ont chacune leur propre énergie. D'autre part, la norme du moment cinétique d'un électron sur une orbite est quantifiée et ne peut prendre que des multiples de la constante de Planck  $\hbar$ ,  $||L|| = n\hbar$ .
16. D'un point de vue théorique la constante de Rydberg fait intervenir d'autre constante plus fondamentale :
- $$R_H = \frac{1}{hc} \frac{1}{2} \frac{m_e M_p}{m_e + M_p} \alpha^2 c^2 \approx 1.09678 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$
- avec  $m_e$  la masse de l'électron et  $M_p$  la masse du proton (noter au passage l'utilisation de la masse réduite de l'atome d'hydrogène),  $\alpha$  est la constante de structure fine (une autre constante fondamentale) définie par :
- $$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}$$
17. La série  $n = 1$  est celle de Lyman et  $n = 3$  est celle de Paschen .



# 9 OptoElectronique

LE BUT de ce TP est de mettre au point un système qui permet de transmettre un message numérique via des fibres optiques en modulant l'intensité d'un faisceau laser de façon binaire. Ce TP sera l'occasion de :

- S'initier à la programmation du micro-contrôleur arduino,
- Apprendre à préparer des fibres optiques (cliver et/ou polissage),
- Utiliser de l'optomécanique de précision pour injecter un faisceau laser dans une fibre multimode de 50 µm de cœur,
- Faire des mesures de caractérisation de fibre optique (ouverture numérique, coefficient de perte),
- Mettre en œuvre une photodiode,
- Mettre en œuvre un montage à base d'AO.

## Sommaire

9.1	Programmation du contrôleur Arduino . . . . .	91
9.2	Préparation des fibres . . . . .	92
9.3	Injection du laser dans la fibre . . . . .	93
9.4	Caractérisation d'une photodiode. . . . .	95
9.5	Mise en forme du signal électronique . . . . .	95
9.6	Décodage du message . . . . .	96
9.7	Caractéristique électrique d'une photodiode . . . . .	96

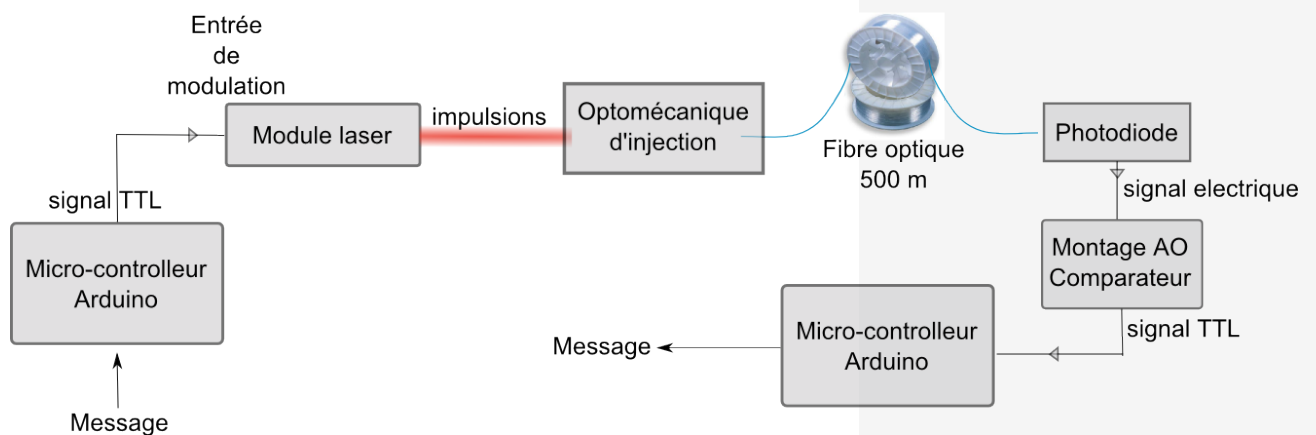


FIGURE 9.1: Schéma explicitant le principe du codage lumineux d'un message numérique dans une fibre optique

### 9.1 Programmation du contrôleur Arduino

Le but est de transformer une chaîne de caractère (e.g. « hello world ») en un message binaire (formé de 0 et de 1) équivalent. Ces 0 et 1, une

2. La diode laser consommant moins de 20 mA, on peut la relier directement à l'arduino.

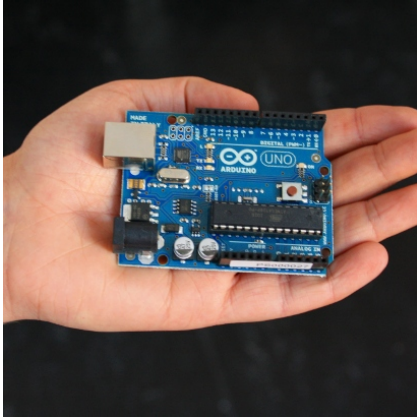


FIGURE 9.2: Arduino est une plateforme open source de prototypage basée sur un micro-contrôleur ATmega328. De par sa simplicité d'utilisation, son coût très modeste et la grande réactivité de la communauté d'utilisateur, elle est de plus en plus utilisée dans l'enseignement supérieur et dans les laboratoires de recherche.

3. Rappelons au passage que l'indice du cœur doit être SUPÉRIEUR à l'indice optique de la gaine si on veut avoir une réflexion totale interne lors du passage du cœur vers la gaine.

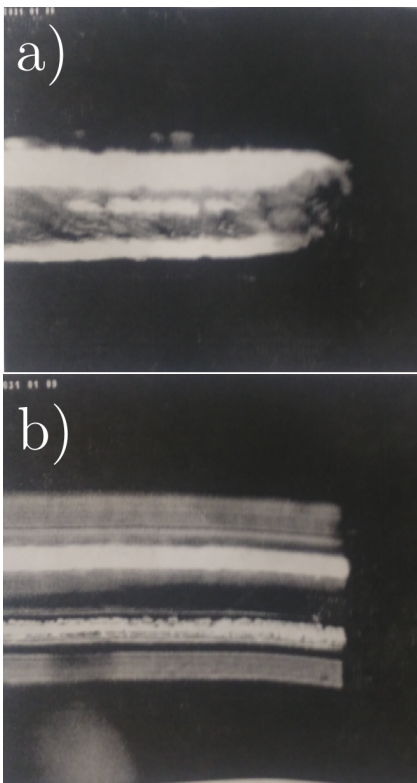


FIGURE 9.3: Photographie et schéma d'une fibre bien clivée b) et mal clivée a)

fois transmis au laser sous la forme d'impulsion TTL<sup>1</sup>, moduleront l'intensité de ce dernier (0 laser éteint, 1 laser allumé).

La plupart du code nécessaire est déjà écrit. Il vous reste à établir la correspondance entre chaque lettre de l'alphabet et sa représentation unique par un nombre binaire.

Le laser utilisé ici est une diode laser émettant dans le rouge vers 650 nm dont le courant de pompe peut être modulé en tout ou rien. Trois fils sont reliés à la diode laser :

- Le rouge et le noir correspondent à l'alimentation sous 5V. Le noir doit être relié à la masse de l'arduino et le rouge<sup>2</sup> au 5V.
- Le fil jaune sert à la modulation de l'intensité de la diode. Dès que la tension est supérieure à 3.3 volt, la diode laser émet. Vous pouvez brancher le fil jaune :
  - Sur le 5V de l'arduino si vous voulez que la diode laser émette en continu.
  - Sur le pin 5 si vous voulez que l'intensité soit modulée via les instructions données dans le programme de l'arduino.

## 9.2 Préparation des fibres

La fibre optique est composée :

- d'un cœur en verre où le faisceau est guidé par réflexion totale interne dans le cas d'une fibre à saut d'indice ou par réfraction successive dans le cas d'une fibre à gradient d'indice. Ici la fibre est à gradient d'indice de cœur 62.5  $\mu\text{m}$ .
- d'une gaine en verre jouant le rôle de dioptre<sup>3</sup>, dans le cas d'une fibre à saut d'indice la gaine a un diamètre standardisé à 120  $\mu\text{m}$ .
- d'une protection en matière plastique (par exemple de l'acrylate).

### 9.2.1 Enlever la protection plastique

Il faut tout d'abord enlever la protection en plastique, deux méthodes sont souvent utilisées :

- Utiliser une pince avec une ouverture de diamètre de 120  $\mu\text{m}$ .
- Tremper la fibre dans de l'acétone pendant environ une minute pour dissoudre la gaine plastique, puis enlever les résidus avec un mouchoir par exemple.

**NB** : une fois la protection enlevée, le reste de la fibre optique (cœur + gaine) est en verre et par conséquent fragile.

### 9.2.2 Cliver la fibre

Pour maximiser l'injection de la lumière dans la fibre optique, la face d'entrée de cette dernière doit être la plus plane possible. Or

lorsque l'on coupe la fibre avec des ciseaux cela n'est pas du tout le cas (voir figure 9.3). Deux méthodes sont souvent utilisées pour rendre à nouveau cette surface plane :

- Utiliser une cliveuse. La fibre est alors guidée vers une lame diamant qui la coupe parfaitement.
- Polir la fibre.

Nous utiliserons ici une cliveuse (voir fig 9.4).

### 9.2.3 Insertion de la fibre dans un mandrin

Afin d'injecter de la lumière dans la fibre, cette dernière doit être maintenue fixe avec une précision de l'ordre de la taille du cœur soit environ 50  $\mu\text{m}$ .

On insère donc la fibre dans un mandrin, lui même inséré dans une monture d'opto-mécanique de précision (voir figure 9.4).

Cette étape est assez délicate, il ne faut pas casser ou même abimer la fibre optique lors de la manipulation sous peine de recommencer tout le processus de clivage.

## 9.3 Injection du laser dans la fibre

Le faisceau laser est focalisé par un objectif de microscope. La taille du faisceau<sup>4</sup>  $d$  focalisé peut être estimée<sup>5</sup> à partir de la formule  $d = \lambda f/a$ , où  $\lambda$  est la longueur d'onde du module laser (650 nm),  $f$  la distance focale de l'objectif de microscope que l'on peut modéliser comme une simple lentille (ici  $f$  vaut 1 cm) et  $a$  la dimension du faisceau laser au niveau de la pupille d'entrée de l'objectif.

Le faisceau<sup>6</sup> focalisé doit être à peu près plus petit que la taille du cœur de la fibre optique<sup>7</sup>. Il doit être aligné sur le centre du cœur avec une précision de l'ordre de la dizaine de micromètre. D'autre part, la fibre doit être placée dans le plan focale de la lentille avec une précision de l'ordre de quelques millimètres<sup>8</sup>.

### Travail expérimental

- Avec l'optomécanique et un peu de patience, injecter le laser dans la fibre optique. Cette étape peut être assez longue. Une solution est de placer en sortie de fibre une photodiode directement reliée à un oscilloscope réglé sur le plus petit calibre. La photodiode est beaucoup plus sensible que votre œil et pourra donc détecter plus facilement un signal très faible. Cela servira ensuite de point de départ pour optimiser la position de la fibre optique.
- Une fois qu'assez de lumière sort de la fibre pour être observable à l'œil, vous pouvez mesurer l'ouverture numérique de la fibre. L'ouverture numérique est le sinus de l'angle maximal pour lequel un faisceau peut être injecté dans la fibre. De façon symétrique, il

4. Appelée waist lorsque l'on se réfère à des faisceaux gaussiens.

5. Cette formule provient de la taille limite d'un faisceau due à la diffraction

6. Le laser étant un rayonnement cohérent, il vaudrait mieux raisonner avec des faisceaux gaussiens.

7. Il faut aussi faire attention à ce que l'angle avec lequel est focalisé le faisceau laser soit bien inférieur à l'ouverture numérique de la fibre

8. Cette distance  $z_r$  est appelée longueur de Rayleigh et vaut  $z_r = \pi\omega_0^2/\lambda$ , où  $\omega_0$  est le « waist » du faisceau (sa demi dimension transversale ou largeur de faisceau).



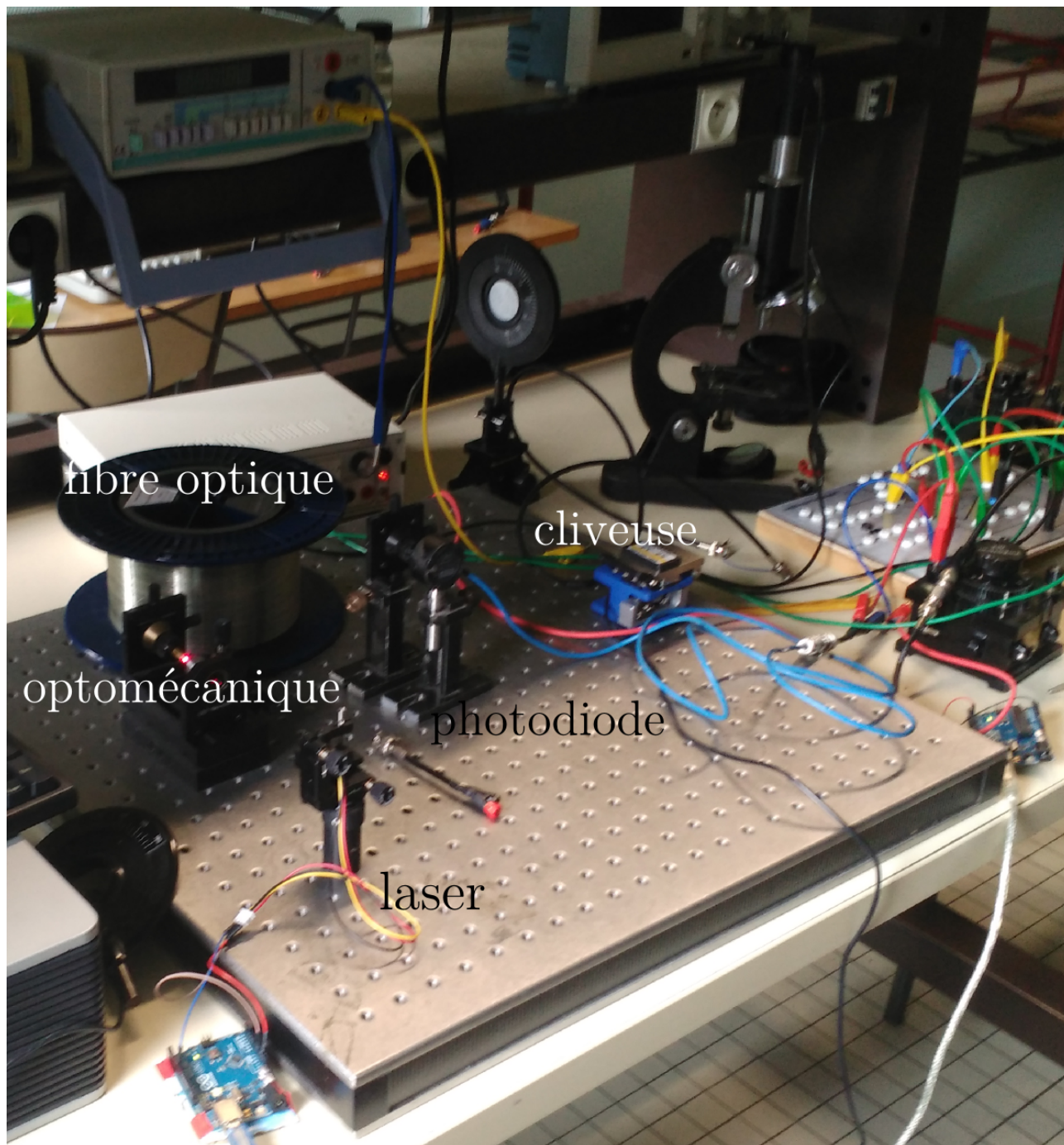


FIGURE 9.4: Photographie du dispositif expérimental



s'agit aussi du sinus de l'angle maximal du faisceau de sortie de la fibre. Il s'agit d'un paramètre très important lors de l'utilisation d'une fibre optique.

Pour mesurer l'ouverture numérique, vous pouvez par exemple projeter le faisceau sortant de la fibre sur un bout de papier blanc. Le faisceau forme un cercle<sup>9</sup>. A partir du rayon de cercle et la distance entre le papier et la fibre (dont le coeur est supposé ponctuel), vous pouvez obtenir une estimation de l'ouverture numérique de la fibre.

*Travail pour le compte-rendu*

- Faire un schéma expliquant la méthode de mesure de l'ouverture numérique et donner la valeur expérimentale (+ incertitudes)

9.4 *Caractérisation d'une photodiode*

Une photodiode est un composant électronique qui permet de transformer un flux de photon en un courant d'électron. Tout comme une diode, elle est formée d'une jonction PN, c'est à dire la juxtaposition de deux semi-conducteurs, l'un dopé positivement (P), l'autre dopé négativement (N).

Nous allons tracer la caractéristique électrique d'une photodiode pour voir que, sous les bonnes conditions, elle se comporte comme un générateur de courant dont l'intensité dépend de l'intensité de l'éclairage lumineux.

9.5 *Mise en forme du signal électronique*

Le laser codant le message a été injecté dans la fibre optique, cependant les pertes due à l'injection ainsi que la propagation dans les 500 m de fibre ont grandement affaibli le signal.

Le signal électrique capté par la photodiode reproduit bien les impulsions lumineuses initiales mais il est souvent trop faible d'où la nécessité de l'amplifier<sup>10</sup>.

*Travail expérimental*

- Placer la photodiode au plus proche de la fibre de sortie du montage de telle sorte à capter toute l'intensité lumineuse sortant de la fibre.
- Réaliser le circuit montré sur la figure 9.5 où nous utilisons un micro-ampèremètre pour mesurer le courant photo-généré par la photodiode. Avec la diode laser émettant en continu, quel courant obtenez-vous ?
- On réalise maintenant le montage de la figure 9.7 où une résistance est placée en série avec la photodiode de telle sorte à créer

9. Cela est d'autant plus vrai que la fibre est bien clivée

10. Il existerait des méthodes pour amplifier le signal lumineux comme par exemple l'utilisation de fibre dopée, mais ces méthodes sont beaucoup plus délicates à mettre en oeuvre.

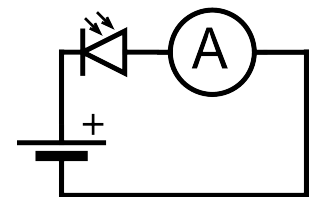


FIGURE 9.5: Montage électronique utilisé pour mesurer le courant photogénéré par la photodiode

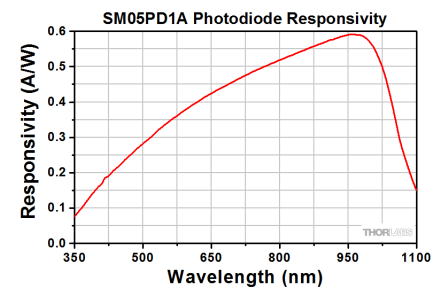


FIGURE 9.6: Sensibilité spectrale de la photodiode

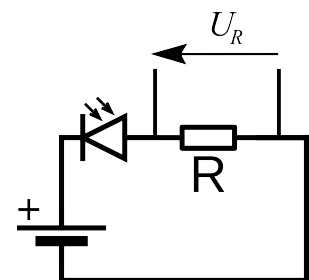


FIGURE 9.7: Montage le plus simple permettant d'obtenir une tension proportionnelle à l'intensité lumineuse

11. Nous devrions plutôt utiliser un comparateur car son temps de réponse est en général plus faible que celui d'un AO. Mais, par simplicité, nous allons utiliser un montage que vous avez déjà vu, l'amplificateur non inverseur

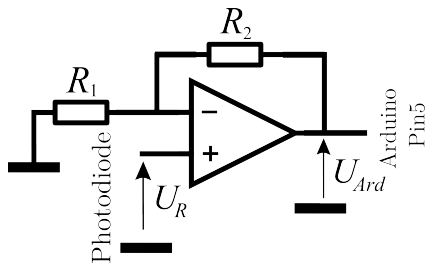


FIGURE 9.8: Montage AO non inverseur. Le gain est  $G = U_{ard}/U_R$  et il vaut  $G = 1 + R_2/R_1$

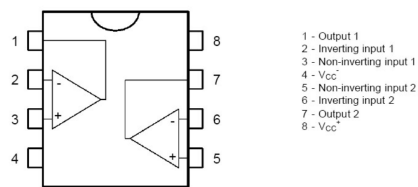


FIGURE 9.9: Schéma du composant intégré TL082 contenant deux AO.

12. Voici quelque ordres de grandeur pour un faisceau *non convergent* dont la surface est de l'ordre de quelques  $\text{mm}^2$ . Un faisceau laser sur un papier blanc est visible dans le noir à partir d'environ  $10 \text{ nW}$  (cela dépend fortement de la longueur d'onde), le seuil de sécurité oculaire est fixé à environ  $1 \text{ mW}$ , un faisceau laser présente un vrai danger oculaire au delà de quelques dizaines de  $\text{mW}$ , au delà de quelque watts le laser commence à bruler dès que l'on met sa main dans le faisceau

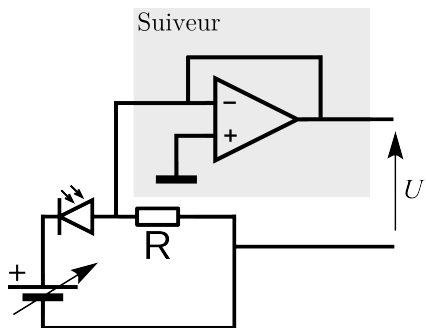


FIGURE 9.10: Montage électronique utilisé pour mesurer la caractéristique électrique d'une photodiode

une chute de tension à ses bornes proportionnelle au photocourant.

- La tension  $U$  indiquée sur la figure 9.7 est trop faible pour être détectée comme un "1" logique par l'arduino. Nous allons donc amplifier<sup>11</sup> le signal. Amplifier donc la tension provenant de la résistance placée en série avec la photodiode avec un montage AO amplificateur non inverseur (cf fig 9.9).
- Sur l'oscilloscope, superposer le signal avant et après inversion. Exporter la courbe.

### Travail pour le compte-rendu

- A partir de la courbe de sensibilité spectrale de la photodiode (voir fig 9.6), donner la puissance lumineuse<sup>12</sup> en sortie de fibre en  $\mu\text{W}$ .
- Tracer sur le graphe le signal avant et après amplification.

## 9.6 Décodage du message

Le signal de sortie du montage comparateur est envoyé sur l'entrée 5 du deuxième arduino. Modifier le code de l'arduino (de façon symétrique à ce qui a été fait au I) pour décoder les impulsions et retrouver le message initial.

## 9.7 Caractéristique électrique d'une photodiode

### Travail expérimental

- Réaliser le montage<sup>13</sup> présenté sur la figure 9.10 afin de mesurer la caractéristique de la photodiode. La tension mesurée est proportionnelle au courant généré par la photodiode et la résistance, ne pas hésiter à prendre des valeurs de l'ordre de  $100 \text{ k}\Omega$  voire plus pour la résistance  $R$ .
- Mesurer la caractéristique  $UI$  pour  $U$  compris<sup>14</sup> entre  $-5$  et  $1.5 \text{ V}$  de la photodiode lorsque celle-ci n'est pas éclairée. Vérifier qu'elle se comporte comme une diode en silicium, c'est à dire que lorsque la tension est inférieure à environ  $0.6 \text{ V}$ , le courant la traversant est nul et que pour les tensions supérieures à environ  $0.6 \text{ V}$  le courant augmente très rapidement (la diode est passante).
- Retracer cette même caractéristique mais cette fois-ci avec un éclairage relativement fort sur la photodiode (vous pouvez l'éclairer avec le faisceau laser). Vérifier que lorsque la tension est négative le courant n'est plus nul. Il s'agit du courant photo généré.
- On reste maintenant avec une tension négative de l'ordre de  $-5 \text{ V}$  sur la photodiode. On dit que cette dernière est *polarisée en inverse*. Pour plusieurs valeurs de l'éclairement lumineux, mesurer la tension  $U$  (qui est donc le reflet du courant  $I$  généré par la photodiode). Vous pouvez faire varier l'éclairement lumineux en

jouant sur les angles relatifs entre deux polariseurs (voir la loi de Malus section 4.6 p.29)

*Travail pour le compte-rendu*

- Tracer sur un même graphe, la tension aux bornes de la photodiode en fonction du courant la traversant et ce lorsque la photodiode n'est pas éclairée et lorsqu'elle est éclairée par le laser. NB : la tension aux bornes de la photodiode est donnée par  $U_{\text{PhotoDiode}} = U_{\text{polarisation}} - U_R$
- Tracer la valeur du photocourant généré<sup>15</sup> par la photodiode en fonction de l'intensité lumineuse<sup>16</sup> relative. Vérifier que la photodiode est un capteur linéaire.

On retiendra que :

- Pour les tensions de polarisation positives<sup>17</sup> la diode se comporte principalement comme une diode.
- Pour les tensions de polarisation négatives<sup>18</sup>, la photodiode se comporte comme un *générateur de courant*.
- La photodiode, correctement utilisée, se comporte comme un générateur de courant. Pour mesurer l'intensité lumineuse, il faut donc mesurer un courant et on peut pour cela :
  - Utiliser un micro ampèremètre
  - Mettre en série une résistance de valeur connue et mesurer la tension au borne de la résistance.
  - Utiliser un amplificateur "trans-impédance"<sup>19</sup>, souvent à base d'amplificateur opérationnel.

13. L'Ampli Opérationnel (AO) est ici utilisé en *suiveur*. En effet, l'impédance d'entrée de la carte SEISAM ou même d'un voltmètre n'est que de 100 kΩ et une partie du courant émis par la photodiode (typiquement une dizaine de μA) passe par la carte d'acquisition ce qui fausse la mesure, l'AO suiveur augmente grandement l'impédance d'entrée de la partie acquisition.
14. Pour les tensions négatives vous pouvez inverser le plus et le moins sur l'alimentation variable
15. Il s'agit de la valeur du courant dans le quadrant  $i < 0, U < 0$  de la caractéristique électrique
16. Celle-ci est donnée par la loi de Malus :  $I(\theta) = I_0 \cos^2 \theta$  où  $\theta$  est l'angle entre les deux polariseurs voir p.29
17. Le cas où la tension de polarisation est nulle est un cas particulier appelé mode *photovoltaïque*. La photodiode se comporte bien en générateur de courant, mais la relation entre courant généré et flux lumineux n'est plus linéaire.
18. Plus précisément, il faut faire attention au valeur de la résistance utilisée. Voir
19. Trans-impédance : qui transforme la mesure d'un courant en la mesure d'une tension.



## 10 Interférence en photon unique

LA LUMIÈRE est-elle une onde ou un flux de corpuscule ? Cette question a traversé l'histoire de la physique.

Au début du XVIII<sup>e</sup> siècle, Isaac NEWTON usa de son autorité scientifique pour imposer la théorie corpusculaire face à la théorie ondulatoire de Christian HUYGENS encore embryonnaire.

Les expériences menées un siècle plus tard (1804) par Thomas YOUNG (les fameuses «franges d'Young») jettent les bases de la théorie ondulatoire de la lumière. Cette approche est confirmée par les travaux théorique d'Augustin Fresnel (1818) qui prouve la supériorité du modèle ondulatoire pour expliquer les phénomènes d'interférences et de diffraction.

Cinquante ans plus tard, l'unification de l'électricité et du magnétisme par James Clerck MAXWELL permet de préciser la nature de la lumière : il s'agit d'une onde électromagnétique vibrant transversalement et se propageant dans le vide à la vitesse  $c = \sqrt{1/\epsilon_0\mu_0}$ , ce qui sera confirmé expérimentalement par Heinrich HERTZ en 1888. A ce stade, la nature ondulatoire de la lumière semble irréfutable.

Suite aux travaux de Max PLANCK pour expliquer le rayonnement du corps noir, Albert EINSTEIN revient en 1905 vers un modèle corpusculaire pour expliquer l'effet photoélectrique. Le rayonnement se comporte comme s'il était constitué de quanta d'énergie. Ces «grains de lumière» seront plus tard (1926) appelés photons par Frithiof WOLFERS.

Dans un nouvel article écrit en 1909, EINSTEIN effectue alors un saut intellectuel supplémentaire en évoquant pour la première fois la notion de dualité onde-corpuscule et en stipulant que la lumière se comporte à la fois comme une onde et une particule. La notion de dualité onde-corpuscule sera ensuite étendue en 1923 par Louis DE BROGLIE à toutes les particules.

En 1923, la mise en évidence expérimentale de l'effet COMPTON, c'est à dire la diffusion des photons X sur les électrons libres d'un atome, achève de convaincre la communauté scientifique que la lumière peut se comporter comme un faisceau de particule.

Si la lumière est formée de corpuscule, alors il est possible, en atté-

### Sommaire

10.1 Description de l'expérience . . . . .	100
10.2 Travail expérimental . . . . .	103
10.3 Travail pour le CR . . . . .	104

nuant fortement la source de lumière, de n'avoir en moyenne plus qu'un seul photon dans le flux ?

Dans ce cas, dans le cas des Franges d'Young observe-t-on toujours des figures d'interférences ?

Le photon peut-il interférer avec lui même ?

Et que se passe-t-il si on peut savoir par quelle fente le photon est passé ?

Le but de ce TP est d'essayer de répondre à ces questions.

### 10.1 Description de l'expérience

L'expérience est schématisée sur la figure ?? . Elle est très inspirée de l'article

La source de lumière est une LED verte ( $\lambda_{\max} = 530 \text{ nm}$ ) dont le taux d'émission de photon peut être ajustée par le courant électrique envoyée sur la LED. Ce courant est conditionné par deux potentiomètres placés dans un boîtier.

La LED est filtrée spectralement par une filtre interférentielle d'une bande passante  $\Delta\lambda$  de 10 nm. Ainsi la longueur de cohérence de la source lumineuse est de l'ordre de  $L_0 \approx \lambda_0^2 / \Delta\lambda \approx 30 \mu\text{m}$ . La lumière est ensuite polarisée à  $45^\circ$ .

La lumière LED arrive sur une fente de  $5 \mu\text{m}$  qui a pour rôle d'augmenter la cohérence spatiale (horizontale) de la source lumineuse, c'est à dire faire en sorte que la lumière qui arrive sur l'interféromètre semble provenir d'un point source.

Améliorer la cohérence spatiale et la cohérence temporelle permet d'améliorer grandement le contrastes des interférences.

A une distance d'environ 15 cm de la fente source est placé l'interféromètre constitué des bifentes de Young. Les fentes font  $W = 200 \mu\text{m}$  de large et  $L = 3000 \mu\text{m}$  de long, elles sont séparées de  $L = 1000 \mu\text{m}$ . Un polariseur dont la direction de polarisation est verticale est accolé à l'une des fentes et un polariseur dont la direction est horizontale est accolé à l'autre fente.

A environ  $^1 2 \text{ m}$  de l'interféromètre se trouve un miroir sur une plateforme de rotation motorisée. Le miroir renvoie la lumière sortant de l'interféromètre vers un compteur de photon unique ce dernier se trouvant dans une boîte pour le protéger de la lumière.

1. Le chemin optique est tubé et un miroir renvoie la lumière à  $90^\circ$  pour augmenter la distance entre l'interféromètre et le détecteur.

#### 10.1.1 Source de photon unique

La seule façon d'être absolument totalement certain qu'un seul photon passe à la fois dans l'interféromètre est de mettre en œuvre un processus physique conduisant à l'émission d'un seul photon. Plus exactement, le délai entre deux photons successifs ne peut pas être

inférieur à une certaine valeur (on parle "d'anti-bunching").

Une première méthode nécessite l'utilisation de molécule unique. Mise au point au début des années 90, cette technique est relativement difficile à mettre en œuvre, en tous cas, elle est hors de portée d'un TP de L3.

La méthode la plus utilisée actuellement<sup>2</sup> et aussi les centres colorés du diamant : il s'agit de défauts du diamant constitués de l'association d'un atome d'azote (N) et de la vacance d'un atome de carbone (V) dans la structure cristalline du diamant. Il agit comme un atome artificiel piégé dans la maille cristalline.

Dans le cadre de ce TP nous allons utiliser une source de photon unique plus rudimentaire : une source conventionnelle très fortement atténuée<sup>3</sup>. En atténuant la source, on peut facilement se placer dans les conditions où il y a en moyenne beaucoup moins d'un photon à la fois dans l'interféromètre. La probabilité d'avoir 2 photons peut être estimée en faisant appel à la statistique de Poisson (voir l'autre partie de ce TP). On confirmera a posteriori que l'on est bien en régime de photon unique au sein de l'interféromètre.

### 10.1.2 L'interféromètre

L'interféromètre est constitué des bifentes de Young. Il a été étudié dans le TP diffraction. On redonne ici les résultats importants. La figure de diffraction est un sinus cardinal carré dont le lobe central a une taille  $\Delta x$  :

$$\Delta x = 2 \frac{\lambda D}{e}$$

où  $e$  est la taille de la fente. Au sein du sinus cardinal, il y a 4 des franges d'interférences (due à la présence des deux fentes) dont l'inter-frange  $i$  vaut :

$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

où  $a$  est la distance entre les deux fentes.

On cherche à savoir, si le motif d'interférence est toujours présent si, en moyenne, un seul photon passe en même temps dans l'interféromètre.

### 10.1.3 Détecteur de photon unique

Le détecteur de photon est une photodiode à avalanche ou APD (voir la partie détection de photon unique de ce TP). La taille du capteur est de 50  $\mu\text{m}$  ou 100  $\mu\text{m}$ .

Ce détecteur est assez sensibles pour détecter un *photon unique*.

Il faut prendre soin de ces détecteurs qui **sont fragiles et coûteux** (plusieurs milliers d'euros!) :

— Ne pas allumer les détecteurs alors que la lumière de la salle est

2. On peut aussi citer les points quantiques (quantum-dots)

3. à vrai dire une expérience similaire à été réalisée en 1909 par TAYLOR qui éclaire une aiguille avec une lumière extrêmement atténuée. Après 6 mois de temps de pose sur une plaque photographique, la figure de diffraction est bien visible.

4. Ou plus exactement il peut y avoir, car les interférences disparaissent si on sait par quelle fente est passé le photon.

allumée. Le détecteur saturerait. Il est muni d'une protection électronique, mais autant éviter de l'utiliser . . .

- Ne pas mettre ses doigts sur la vitre protégeant le capteur.
- Éteindre (débrancher) le détecteur lorsque l'on ne s'en sert pas.

#### 10.1.4 *Le problème de la mesure quantique ou l'expérience "Which-path"*

L'apparition d'une figure d'interférence peut être interprétée comme le fait que le photon (ou son onde de probabilité de présence) passe par les deux fentes de l'interféromètre en même temps. Que se passe-t-il alors si on cherche à savoir par quelle fente est passé le photon ? Va-t-on effectivement trouver qu'il passe par les deux fentes à la fois ?

La réponse est qu'il n'y a pas de réponse. . . Dès qu'il est possible de savoir par quelle fente est passé le photon, les interférences disparaissent !! Dans le langage de la mécanique quantique traditionnelle<sup>5</sup> cela se comprend assez facilement. Les interférences proviennent du fait que le photon à la sortie de l'interféromètre est dans un état superposé "fente 1 et fente 2". Savoir par quelle fente passe le photon, c'est à dire faire une mesure, supprime<sup>6</sup> l'état superposé et fait donc disparaître les interférences.

Afin de savoir par quel chemin le photon est passé nous allons utiliser sa polarisation. Un premier polariseur polarise à 45 degrés les photons émis par la source. Un polariseur dont la direction de polarisation est vertical est collé au dos d'une des fentes (disons pour fixer les idées celle de gauche) et un autre polariseur dont la direction est horizontale est placé sur la fente de droite.

Ainsi, un polariseur est placé dans chacun "des bras" de l'interféromètre. Si le photon est polarisé verticalement il est passé par la fente gauche et inversement, s'il est polarisé horizontalement, il est passé par la fente de droite. On parle d'expérience "which path".

Un troisième polariseur, que nous appellerons "marqueur", est placé après l'interféromètre (i.e les bifentes). S'il est vertical, nous savons que le photon est passé par le premier chemin, s'il est horizontal, nous savons qu'il est passé par le deuxième chemin. S'il est à 45 degrés, nous ne pouvons pas savoir par quelle fente il est passé (cf la section suivante).

#### 10.1.5 *La gomme quantique*

En plaçant un nouveau polariseur, que nous appellerons "gomme quantique" après les polariseurs "marqueur", faisant un angle de 45 degrés, nous perdons à nouveau l'information which-path ce qui réintroduit les interférences<sup>7</sup>.

5. C'est à dire celle appelée de Copenhague. L'interprétation Bohmienne de la mécanique quantique est très différente. On connaît théoriquement le trajet de chaque photon et on peut donc dire qu'un photon passe par une seule fente à la fois. Par contre, "l'onde pilote" qui guide le photon passe par les deux trous et interfère avec elle-même.

6. On parle de réduction du paquet d'onde.

7. Nous nous retrouvons avec une variante de l'expérience "3 polariseurs et un paradoxe" vu dans le TP polarisation. Le paradoxe prend ici tout son sens. Un photon qui passe par la fente gauche, par exemple, est polarisé verticalement. Une fois arrivé sur le polariseur "marqueur", que l'on suppose horizontale, le photon doit être absorbé. Pourtant le fait de mettre le polariseur "gomme quantique" recrée les interférences ce qui veut dire que le photon est bien passé par les deux chemins.



## 10.2 Travail expérimental

### 10.2.1 Mis en évidence des interférence en photon unique

- Placer comme interféromètres les bifentes sans polariseurs
- Ne pas mettre de polariseur marqueur.
- Lancer le logiciel permettant de compter le nombre de photon détectés par l'APD.
- Une fois dans le noir allumer l'APD.
- Allumer la LED via son boîtier. Régler l'intensité de la LED de sorte à avoir de l'ordre de 1000 coups par secondes mesuré à l'APD.
- Éteindre la LED via l'interrupteur du boîtier et mesurer le bruit noir détecté par l'APD. Il doit être de l'ordre de quelques centaines par seconde.
- Déplacer le miroir par pas de  $x$  degrés et mesurer à chaque fois une valeur moyenne du nombre de photons détectés par l'APD.
- Eteindre l'APD.
- Tracer l'interférogramme sur Veusz et voir s'il y a bien des interférences.

### 10.2.2 Le problème de la mesure quantique

- Placer comme interféromètres les bifentes *avec* polariseurs (type "which-path" cf section 10.1.4).
- Mettre un polariseur marqueur polarisé verticalement.
- Une fois dans le noir allumer l'APD.
- Allumer la LED via son boîtier. Régler l'intensité de la LED de sorte à avoir de l'ordre de 1000 coups par secondes mesuré à l'APD.
- Déplacer le miroir par pas de  $x$  degrés et mesurer à chaque fois une valeur moyenne du nombre de photons détectés par l'APD.
- Eteindre l'APD.
- Tracer l'interférogramme sur Veusz et voir s'il y a des interférences ou si la connaissance de la fente par laquelle est passé le photon a détruit les interférences.

### 10.2.3 La gomme quantique

- Placer comme interféromètres les bifentes *avec* polariseurs (type "which-path" cf section 10.1.4).
- Mettre un polariseur *marqueur* polarisé verticalement

- Mettre ensuite un polariseur à  $45^\circ$  qui va jouer le rôle de gomme quantique.
- Une fois dans le noir allumer l'APD.
- Allumer la LED via son boîtier. Régler l'intensité de la LED de sorte à avoir de l'ordre de 1000 coups par secondes mesuré à l'APD.
- Déplacer le miroir par pas de  $x$  degrés et mesurer à chaque fois une valeur moyenne du nombre de photons détectés par l'APD.
- Éteindre l'APD.
- Tracer l'interférogramme sur Veusz et voir s'il y a des interférences.

### 10.3 Travail pour le compte rendu

#### 10.3.1 Résultats expérimentaux

- Présenter les résultats expérimentaux et commenter leur implications.
- Ajuster un des interférogrammes par l'intensité attendue pour l'expérience des franges d'Young :

$$I(x) = I_{\text{noir}} + 4I_0 \underbrace{\cos^2\left(\pi \frac{xa}{\lambda D}\right)}_{\text{Interférence}} \underbrace{\text{sinc}^2\left(\pi \frac{ex}{\lambda D}\right)}_{\text{Diffraction}} \quad (10.1)$$

# 11 Quelques expériences autour de la statistique de Poisson

## 11.1 La statistique de Poisson

La statistique de Poisson gouverne le hasard des événements rares. Sans que l'on s'en rende compte, elle intervient très souvent dans notre vie quotidienne.

La loi des événements rares a été trouvée et démontrée par Siméon Denis Poisson (1781-1840) en dans son ouvrage "*Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile*"? en 1837.

Qu'entend-on par statistique des "événements rares"?

Répondons tout d'abord par un exemple <sup>1</sup> :

Par une belle nuit d'été, on observe en moyenne douze étoiles filantes par heure. Quelle est la probabilité d'en voir trois dans le prochain quart d'heure?

Observer une étoile filante est donc ici un événement rare.

### 11.1.1 Définition d'un événement rare

On appelle un événement <sup>2</sup> rare?, un événement qui satisfait les conditions suivantes <sup>3</sup> :

1. Durant l'observation, tous les intervalles de temps de même durée sont équivalents <sup>4</sup>
2. Les événements ne sont pas très fréquents.
3. L'instant où l'on observe un événement ne dépend pas des arrivées précédentes : nous sommes en présence d'un phénomène homogène dans le temps, rare et sans mémoire.

### 11.1.2 La loi de Poisson

Je vous renvoie vers la référence ? pour la démonstration mathématique qui met en jeu la résolution d'équations différentielles d'ordre 1 et une récurrence <sup>5</sup>.

## Sommaire

<b>11.1</b> La statistique de Poisson . . . . .	105
<b>11.2</b> Radioactivité et loi de Poisson . . . . .	107
<b>11.3</b> Émission de photon et loi de Poisson . . . . .	108
<b>11.4</b> Travail de Préparation . . . . .	108
<b>11.5</b> Travail Expérimental. . . . .	108
<b>11.6</b> Travail pour le CR . . . . .	108

1. Citons d'autres exemples d'application de la loi de Poisson :
  - Le nombre d'accident d'avion dans le monde
  - La demande d'un fichier sur un serveur web.
  - Le déclenchement d'une guerre
  - Le nombre de désintégration radioactive.
  - Le nombre de photon détectés par une photodiode. Avec une source de lumière thermique et en regardant des intervalles de temps très grand devant le temps de cohérence de la source (cf plus bas)
2. Nous allons principalement nous intéresser à des quantités temporelles, mais la loi de Poisson s'applique aussi à des quantités spatiales, par exemple le nombre de mauvaises herbes par mètre carré dans un jardin
3. En terme mathématique :
  1. On pose en hypothèse que la probabilité d'observer  $E$  dans l'intervalle  $[t_1; t_2]$  ne dépend que de la durée  $t_2 - t_1$  (phénomène *homogène* dans le temps).
  2. On considère que la probabilité qu'il se produise deux (ou plus) événements  $E$  à la fois (i.e. dans un petit intervalle de temps  $\Delta t$ ) est négligeable devant la probabilité d'en observer un seul dans ce même intervalle de temps ( $E$  est un événement rare). De plus, cette dernière probabilité tend vers 0 avec  $\Delta t$ . Ainsi, la probabilité que  $E$  se produise à un instant déterminé a priori est considérée comme nulle.
  3. On suppose que les événements " $E$  se produit entre les instants  $t_1$  et  $t_2$ " et " $E$  se produit entre les instants  $t_3$  et  $t_4$ " sont indépendants si les intervalles de temps  $[t_1; t_2]$  et  $[t_3; t_4]$  sont disjoints (phénomène *sans mémoire*).
4. dans l'exemple donné précédemment on suppose donc que la fréquence d'arrivée des étoiles filantes ne dépend pas de l'instant du début de l'observation
5. Une autre façon de retrouver la loi de Poisson est de partir de la loi binomiale

Soit un processus qui a une fréquence d'apparition  $\lambda$ , la probabilité d'observer exactement  $k$  événements ( $k$  est toujours entier) durant le temps  $\Delta t$  est :

$$P(k, \Delta t) = \frac{(\lambda \Delta t)^k}{k!} e^{-\lambda \Delta t} \quad (11.1)$$

On peut aussi noter  $\mu = \lambda \Delta t$  qui est le nombre moyen d'occurrence (pas forcément entier) du processus durant le temps  $\Delta t$  ce qui donne :

$$P(k, \mu) = \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu} \quad (11.2)$$

Donnons tout de suite un exemple d'application de cette loi :

Le nombre de client arrivant à une boulangerie peut être modélisé par une loi de Poisson avec une intensité  $\mu = 10$  clients par heure. Qu'elle est la probabilité d'avoir 2 clients entre 10h et 10h20 ?

*Réponse* : l'intervalle considéré est de 20 minutes soit  $1/3$  d'heure, soit une intensité  $\mu' = \mu/3$ . D'où la probabilité cherchée :

$$P(N = 2, \mu') = \frac{(10/3)^2}{2!} e^{-(10/3)} = 0.2 = 20\%$$

On peut aussi au passage calculer la probabilité de n'avoir aucun client durant les 20 minutes, on trouve alors  $e^{-(10/3)} = 0.035 \approx 3\%$  qui, comme le confirme notre expérience quotidienne, est une probabilité non nulle.

### 11.1.3 Temps d'attente entre deux événements : loi exponentielle

Soit un processus Poissonien de fréquence  $\lambda$ . Quelle est la statistique qui décrit le temps d'attente entre deux événements ? Dis autrement, si j'ai détecté un événement au temps  $t$ , qu'elle est la probabilité d'attendre le temps  $T$  avant de détecter un autre événement ? Si on y réfléchit un peu, il s'agit aussi de la probabilité de ne détecter aucun événement durant l'intervalle  $[t, t + T]$ ,  $P(0, \lambda T)$ , que nous savons calculer :

$$P(0, \lambda T) = \frac{(\lambda T)^0}{0!} e^{-\lambda T} = e^{-\lambda T}$$

Le temps d'attente entre deux événements poissonien suit donc *une loi exponentielle*. Plus précisément, la probabilité  $P_{\text{at}}(T)$  d'attendre le temps  $T$  entre deux événements d'un processus Poissonien de fréquence  $\lambda$  est :

$$P_{\text{at}}(T) = e^{-\lambda T} \quad (11.3)$$

On peut donc tout d'abord vérifier que la probabilité d'attendre plus de  $T = 0$  est de 1. D'autre part, plus on attend et plus la probabilité de ne pas détecter un événement décroît, mais, assez contre-intuitivement, cette décroissance n'est pas linéaire mais exponentielle avec le temps d'attente.

Reprenons l'exemple précédent :

Le nombre de client arrivant à une boulangerie peut être modélisé par une loi de Poisson avec une intensité  $\mu = 10$  clients par heure. Quelle est la probabilité d'attendre 6 minutes entre deux clients ?

Réponse : Avec en moyenne dix clients par heure soit donc 6 clients par minute, on pourrait penser que la probabilité d'attendre 6 minutes est, disons, de 50%. Il n'en n'est rien, en effet, cette probabilité vaut :

$$P_{\text{at}}(1/10) = e^{-10 \times (1/10)} = 1/e \approx 36\%$$

Voici donc un résultat assez contre-intuitif, alors que le temps d'attente moyen est de 6 minutes, il est plus probable d'attendre *plus* que 6 minutes entre deux événements !

## 11.2 Radioactivité et loi de Poisson

NB : Nous n'allons *pas* mesurer un temps de déclin radioactif. La demi-vie du matériau radioactif est bien plus grand que le temps du TP. L'échantillon ne change pas en terme d'émissivité.

Les désintégrations radioactives sont l'illustration parfaite d'un processus Poissonien.

### 11.2.1 Source radioactive

Nous allons utiliser comme source radioactive une sphère d'ouraline, c'est à dire du verre<sup>6</sup> très légèrement dopé avec de l'uranium. Il s'agit principalement d'un émetteur alpha<sup>7</sup> mais la fission produit une variété de nouveau noyaux, en général émetteur bêta<sup>8</sup> et gamma<sup>9</sup>. Le niveau d'émission est légèrement supérieur à la radioactivité naturelle. Nous utiliserons aussi un petit morceau de torbernite<sup>10</sup>, un minerai contenant du phosphate d'uranium.

### 11.2.2 Compteur Geiger-Muller

Afin de détecter les particules émises par les échantillons radioactifs, nous allons utiliser un compteur Geiger-Muller muni d'un tube SBM-20 capable de détecter les particules gamma et les particules beta de forte énergie. Le tube Geiger-Muller contient du Neon, du diBrome et de l'Argon. On maintient un potentiel d'environ<sup>11</sup> 400V entre les deux électrodes du tube. Dans les conditions normales, le gaz est au bord d'être ionisé mais le tube reste isolant. Lorsque qu'une particule gamma ou une particule beta arrive dans le tube, elle peut ioniser le gaz qui devient temporairement conducteur. Plus exactement, cette ionisation crée des électrons qui sont accélérés par la tension aux bornes du tube. L'énergie acquise par ces électrons leur permettent d'ioniser d'autre atome du gaz et ainsi de créer un effet d'avalanche<sup>12</sup>. Bref, une particule donne naissance à un courant mesurable. Ensuite un peu d'électronique transforme ce courant en une impulsion électrique.

6. Le verre est aussi fluorescent, ne pas hésiter à l'éclairer avec une lampe UV si elle est disponible

7. Noyau d'hélium

8. Électron ou positron plus neutrino (indélectable)

9. Photons de haute énergie

10. Vous allez voir que cette échantillon est beaucoup plus émissif, il n'est pas pour autant dangereux. Le seul point auquel il faut faire attention est la génération de Radon, c'est pourquoi l'échantillon est mis dans une boîte en plastique qu'il ne faut pas ouvrir en lieu clôt.

11. D'où les protections en plastique pour éviter de toucher le tube

12. Il faut d'ailleurs ajouter dans le tube un gaz "d'extinction" pour mettre fin à l'avalanche sous peine de détruire le tube. D'autre part, une fois la décharge produite, il faut un certain temps pour que le tube puisse à nouveau détecter une nouvelle particule. On parle de temps mort, pour le tube en question ici, le temps mort est de l'ordre de 50 à 100  $\mu\text{s}$

### 11.2.3 *Mesure des temps de désintégration*

La sortie numérique du compteur Geiger-Muller est branchée sur un Arduino Mega. Ce dernier mesure les temps d'arrivée en sous multiple des tic horloge de son microprocesseur. En l'occurrence, un tic équivaut à 64  $\mu$ s. Le programme de contrôle de l'Arduino est encore assez rudimentaire, mais il permet d'obtenir les temps de détection des désintégrations radioactives.

### 11.3 *Émission de photon et loi de Poisson*

En cours de rédaction. Cela devrait être prêt pour la rentrée de 2018. L'idée est de montrer expérimentalement que la statistique d'émission des photons dans une lumière laser, qui suit une loi poissonnienne, est différente de celle émise par une source thermique (une ampoule), qui suit une statistique de Bose-Einstein.

### 11.4 *Travail de Préparation*

13. non présent dans le poly...

Donner un exemple<sup>13</sup> de la vie quotidienne d'un processus qui pourraient être, selon vous, considéré comme poissonien.

### 11.5 *Travail Expérimental*

Mettre en marche le compteur Geiger-Muller (interrupteur à l'arrière) et approcher les sources radioactives afin d'avoir une idée du taux de comptage. Mesurer alors avec l'arduino branché à l'ordinateur les temps de détection pour trois cas de figure :

1. L'ouraline placée le plus proche possible du tube (mesurer environ plusieurs centaines d'événements).
2. La torbernite placée assez proche du tube (mesurer environ plusieurs milliers d'événements).
3. La radioactivité naturelle (éloigné les sources du tube) (mesurer environ plusieurs centaines d'événements)

### 11.6 *Travail pour le compte-rendu*

Le traitement des données acquises durant ce TP va nécessiter une compétence qui devient de plus en plus essentielle pour le physicien "moderne" à savoir *coder*.

14. Si vous voulez utiliser un autre langage n'hésitez pas à me demander

Vous pouvez utiliser le langage qui vous plait. Des débuts de code en C et en Python (via l'utilisation de Veusz) sont donnés sur Moodle<sup>14</sup>.

Les données brutes sont les temps d'arrivées des coups due à la de-sexcitation radioactive. Ces temps d'arrivée sont en tick horloge de

l'arduino. Un tick horloge d'un arduino méga<sup>15</sup> est égale à un intervalle de temps de 64  $\mu$ s.

Pour les 3 sources construire :

- Le *chronogramme* des nombres de coups. Il s'agit de l'évolution au cours du temps du nombre de coups mesurés dans un intervalle donné. Un exemple est montré sur la figure ??.
- L'*histogramme* du nombre de coups durant un intervalle convenablement choisi. Il s'agit de tracer le nombre de fois que l'on voit apparaître une valeur dans le chronogramme en fonction de cette valeur. Un exemple est montré sur la figure ??.
- Faire dans *Veusz* un ajustement de l'histogramme par une loi de Poisson (cf eq. 11.2). L'accord avec l'expérience est-il bon ?
- En déduire une mesure du taux moyen de comptage.
- L'*histogramme* du temps d'attente entre deux détections consécutives. Il faut d'abord Un exemple est montré sur la figure ??.
- Faire un ajustement par une loi exponentielle (cf eq. 11.3). L'accord avec l'expérience est-il bon ? Retrouve-t-on la même valeur du taux moyen de comptage ?

Vous présenterez aussi le listing *largement commenté* du code ayant conduit aux résultats.

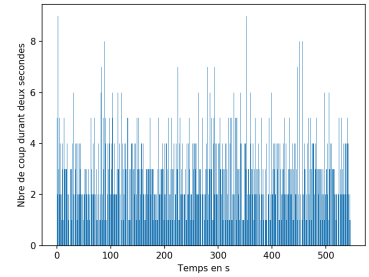


FIGURE 11.1: Chronogramme du signal de l'ouraline.

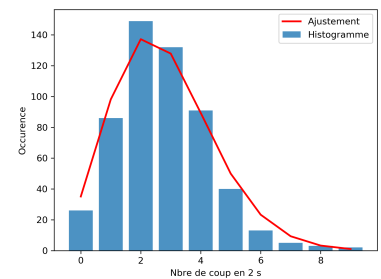


FIGURE 11.2: Histogramme des coups par 2 secondes de l'ouraline. L'ajustement en rouge suit la loi de Poisson et conduit à une moyenne de 2.8 coups par 2 secondes.

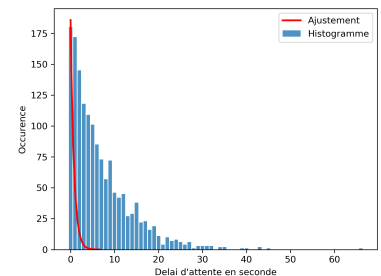


FIGURE 11.3: Histogramme du temps d'attente entre deux événements pour l'ouraline. En rouge l'ajustement par une loi exponentielle décroissante  $\exp(-\lambda t)$  qui conduit à un temps moyen de





## 12 Mécanique des fluides

LE NOMBRE DE REYNOLDS est défini comme le rapport de l'intensité du terme convectif sur l'intensité des forces de viscosité :

$$Re = \frac{\mu v d}{\eta} \quad (12.1)$$

où :

- $\mu$  est la masse volumique du fluide en écoulement
- $v$  est la vitesse relative de l'objet par rapport au fluide.
- $d$  est une dimension caractéristique de l'objet
- $\eta$  est la viscosité dynamique du fluide en écoulement (en Pa.s)

Connaître le nombre de Reynolds permet de prédire le comportement de l'écoulement du fluide. A faible nombre de Reynolds, les forces diffusives de viscosité l'emportent, l'écoulement est alors laminaire. Dit autrement, les forces de viscosités prelevent de l'énergie<sup>1</sup> au fluide ce qui empêche les turbulences d'apparaître.

A contrario, à très fort nombre de Reynolds (typiquement supérieur à 1000), les forces de viscosités deviennent négligeables devant celle liées à la convection. Il n'y a alors plus de phénomène dissipatif au sein de fluide et on peut considérer que l'énergie se conserve. Cela conduit à la notion de fluide parfait et l'utilisation de la loi de Bernoulli qui est, in fine, l'expression de la conservation de l'énergie le long d'une ligne de courant). Ainsi, de façon contre intuitive un fluide parfait n'est pas un écoulement visqueux où les lignes de courants sont bien nettes. Un fluide parfait est un écoulement à grand nombre de Reynolds où il peut y avoir des turbulences.

Le nombre de Reynolds permet aussi de prédire empiriquement la force de traînée que subit un objet en mouvement dans un fluide. La figure ??, montre une compilation de plusieurs mesure de la force de traînée pour différent nombre de Reynolds :

- Pour un nombre de Reynolds inférieur à 1, la force de traînée est proportionnelle à la vitesse. On retrouve la force en  $-av$  souvent utilisée en mécanique. On parle d'écoulement rampant. Nous étudierons cette écoulement dans la section 12.3.1.

### Sommaire

---

12.1	Expérience d'hydrostatique . . . . .	112
12.2	Tension de surface . . . . .	115
12.3	Écoulements à faible nombre de Reynolds . . . . .	119
12.4	Écoulement à grand nombre de Reynolds . . . . .	123

---

1. Plus exactement de la quantité de mouvement

- Pour les nombres de Reynolds supérieur à  $x$ , la force de trainée est proportionnelle à la vitesse au carré. Nous étudierons cette écoulement dans la section 12.15.
- Entre les deux, on est dans une zone grise où la force de trainée est en  $v^\beta$  avec  $1 < \beta < 2$ .

Nous étudierons deux types d'écoulement laminaires. Le premier à très faible nombre de Reynolds, écoulement dit rampant, où les forces de viscosité sont proportionnelles à la vitesse relative entre l'objet considéré et le fluide (force de Stokes). Le second écoulement sera à nombre de Reynolds plus élevé mais toujours laminaire. Il s'agit de l'écoulement de Poiseuille, c'est à dire l'écoulement laminaire d'un fluide dans une conduite cylindrique. Cet écoulement a une importance pratique considérable.

2. Sauf dans la zone que l'on appelle couche limite proche des obstacles solides

Dans un second temps, nous aborderons les écoulements à fort nombre de Reynolds. Les forces de viscosité peuvent alors être négligées<sup>2</sup> devant les termes convectifs. Comme dit précédemment, on parle alors de fluide parfait. D'un point de vue plus pragmatique, cela permet de faire appel au théorème de Bernoulli. Il est alors possible de prédire certaines caractéristiques de l'écoulement sans avoir à résoudre (numériquement) l'équation de Navier-Stokes.

Nous commencerons tout d'abord par quelques expériences simples d'hydrostatique et des mesures de la tension de surface.

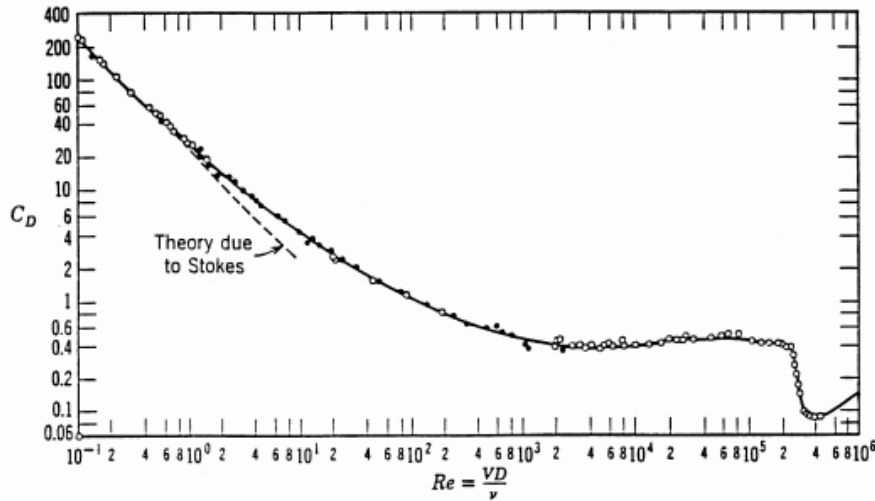


FIGURE 12.1: Évolution de la force de trainée  $C_D$  avec le nombre de Reynolds.

### 12.1 Expérience d'hydrostatique

L'hydrostatique (aussi appelée statique des fluides) est, comme son nom l'indique, l'étude d'un fluide qui n'est pas en mouvement. Ainsi, lors du bilan des forces, ni les forces convectives ni les forces diffusifs n'interviennent. Cela fait la part belle aux *forces de pression*.

La pression a pour origine le mouvement désordonné des particules

et les interactions qui existent entre ces particules. Elle n'est en générale pas uniforme et c'est cette non-uniformité qui donne naissance à la poussée d'Archimède.

### 12.1.1 Vérification de la loi de l'hydrostatique

La pression à l'intérieur d'un liquide ne dépend que de la profondeur d'immersion et elle est indépendante de la direction.

*Travail expérimental :*

A l'aide d'un manomètre différentiel, mesurer la pression pour différentes profondeurs au sein d'une grande éprouvette graduée.

NB : faire attention à la présence d'une bulle d'air au bout du tuyau. La hauteur à prendre en compte est celle au niveau de la bulle d'air (regarder attentivement le schéma).

*Travail pour le compte-rendu :*

Tracer la pression en fonction de la profondeur d'immersion. Vérifier que la dépendance est bien linéaire (penser à donner le coefficient de corrélation de l'ajustement) et que le coefficient directeur de la droite est bien la masse volumique de l'eau multipliée par l'accélération de pesanteur.

### 12.1.2 Poussée d'Archimède dans un liquide

Le théorème d'Archimède stipule qu'un objet immergé *intégralement* dans un liquide subit une poussée verticale égale en norme au poids de liquide déplacé par l'objet.

Microscopiquement, cette force est due au fait que la pression n'est pas la même en haut et en bas de l'objet. Dit de façon imagée, les molécules de fluides rentrent en collision plus vivement en bas de l'objet que en haut. Cela conduit à une force microscopique dirigée vers le haut.

*Travail expérimental*

- On immerge dans l'eau un objet dont le volume est facile à estimer par le calcul (sphère, cylindre, pyramide, ...). Ce dernier subit la poussée d'Archimède qui est mesurable grâce :
  - La variation du dynamomètre.
  - La variation du poids mesurée sur la balance (via la 3ème loi de Newton et le principe d'action-réaction).
- Mesurer aussi la poussée d'Archimède sur 2 objets de même volume mais de masse volumique différente.

Penser à mesurer les dimensions géométriques<sup>3</sup> des objets immergés pour pouvoir calculer leur volume.

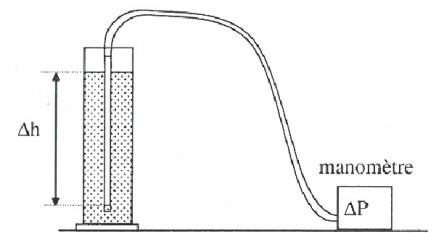


FIGURE 12.2: Schéma de l'expérience de vérification de la loi de l'hydrostatique

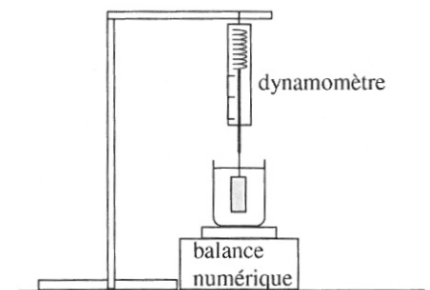


FIGURE 12.3: Schéma de l'expérience de la poussée d'Archimède dans un liquide

3. par exemple pour un cylindre mesuré le diamètre de la base et sa hauteur

*Travail pour le compte-rendu*

- Décrire l'expérience.
- Vérifier que la force donnée par le dynamomètre et celle mesurée via le poids donné par la balance sont conformes au théorème d'Archimède (aux incertitudes près évidemment).

12.1.3 *Mise en évidence de la poussée d'Archimède dans l'air*

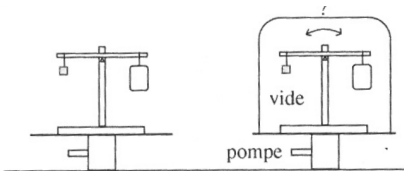


FIGURE 12.4: Schéma de l'expérience de la mise en évidence de la poussée d'Archimède dans l'air

*Travail expérimental* Une balance à fléau permet de réaliser l'équilibre entre une masse et une boule en polystyrène.

L'ensemble est placée dans une enceinte dans laquelle on fait un vide partiel. L'équilibre est rompu car la poussée Archimède de l'air a diminué une fois dans le vide partiel.

Essayer de prédire si la boule en polystyrène va descendre ou monter lorsque le vide va s'établir.

*Travail pour le compte-rendu* Décrire et expliquer l'expérience avec un schéma et quelques lignes de texte.

12.1.4 *Tube en U et mesure de masse volumique*

Un liquide de masse volumique inconnu est introduit dans un tube en U de section 1 cm qui contient initialement de l'eau (voir figure ??)

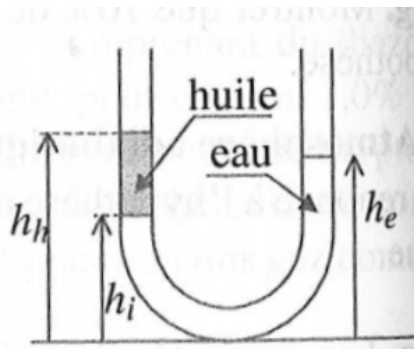


FIGURE 12.5: Schéma d'un tube en U pour la mesure d'une masse volumique d'un fluide.

*Travail expérimental*

- Mesurer<sup>4</sup> les différentes hauteurs à l'équilibre.

*Travail pour le compte-rendu*

- A partir des mesures expérimentales, estimer la masse volumique (+ incertitude) du liquide

Il s'agit d'un exercice très classique de statique des fluides dont vous trouverez la mise en équation dans n'importe quel livre traitant du sujet. On redonne néanmoins que :

$$\frac{\rho_{\text{huile}}}{\rho_{\text{eau}}} = \frac{h_e - h_i}{h_h - h_i}$$

4. Il s'agit ici plus d'un clin d'oeil à un exercice que vous avez fait en TD qu'un moyen précis de mesurer une masse volumique.

12.1.5 *Ludion*

*Travail expérimental* Un ludion a été réalisé à l'aide d'une ampoule (utilisée en pharmacie) partiellement remplie en partie d'eau plongée dans une bouteille en plastique remplie partiellement d'eau puis rebouchée.

En appuyant sur la bouteille le ludion plonge. Il remonte si on arrête d'exercer une pression.

*Travail pour le compte-rendu* A partir de la compressibilité relative de l'air et de l'eau ainsi que la poussée d'Archimède, proposer, à l'aide d'un schéma bien détaillé, une explication à la descente puis la remontée du ludion.

### 12.1.6 Mesure de la masse volumique d'un solide

Il s'agit de reproduire une expérience historique réalisée à l'époque par Archimède.

*Travail de préparation* : Faire une recherche sur internet (wikipédia ou autre), sur «la couronne du roi Hiéron»

*Travail expérimental* Introduire un objet de masse volumique inconnu et de volume difficile à estimer par le calcul dans un bécher permettant de recueillir le volume d'eau déplacé. L'objet en question aura au préalable été pesé. Mesurer le poids du volume d'eau déplacé.

*Travail pour le compte-rendu*

- Calculer la masse volumique de l'objet. Donner une barre d'erreur sur la valeur obtenue.
- Expliquer comment Archimède aurait, selon les dires de Vitruve, appliquer cette méthode pour savoir si la couronne du roi Hiéron était bien en or pur.

## 12.2 Tension de surface

La tension de surface est la manifestation macroscopique des forces microscopiques intermoléculaires (Van der Waals, liaisons hydrogène, etc).

Au sein du liquide, de l'eau pour fixer les idées, une molécule subit les interactions de Van der Waals<sup>5</sup> des molécules qui l'entourent. Le fluide étant isotrope, toutes ces forces s'équilibrent. Par contre, au niveau d'une surface, eau-air par exemple, une molécule subit les forces de Van der Waals de l'eau dans une direction mais les forces de Van der Waals avec les molécules d'air, a priori bien plus faible, dans une autre direction. De ce déséquilibre naît les forces de tensions de surface.

La tension de surface, parfois appelée énergie de surface, est homogène à une énergie par unité de surface ( $\text{J m}^{-2}$  ou encore  $\text{N m}^{-1}$ ). Ainsi, afin de minimiser l'énergie due à l'interface un fluide d'un volume donné prend la forme qui minimise sa surface. Par exemple, un fluide dans l'air prend la forme qui minimise sa surface à savoir une *sphère*.

Nous allons mesurer par plusieurs méthodes le coefficient  $\gamma$  en  $\text{N m}^{-1}$  qui relie la force  $F$  nécessaire pour augmenter la surface d'un système

5. et aussi des liaisons hydrogènes dans le cas de l'eau.

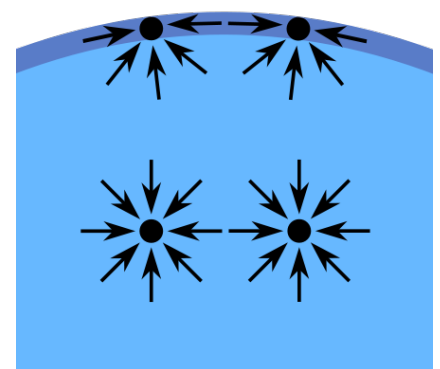


FIGURE 12.6: Schéma montrant le déséquilibre des forces inter moléculaires pour une molécule se trouvant à l'interface. (source : wikipédia)

à une longueur  $L$  telle que  $F = \gamma L$ . Nous étudierons principalement la tension superficielle entre l'eau et l'air où  $\gamma$  est tabulé, pour l'eau parfaitement pure et sans contaminant, à  $0.07 \text{ N m}^{-1}$

12.2.1 *Mesure de la tension de surface par la méthode d'arrachement*

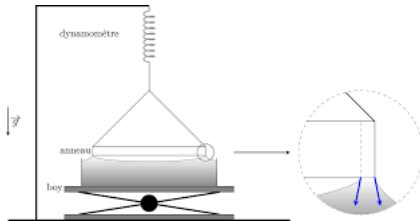


FIGURE 12.7: Schéma de l'expérience de mesure de la tension de surface par arrachement. (source : ? )

L'expérience est techniquement assez proche de celle réalisée lors de la mesure de la poussée d'Archimède.

En plus de la poussée d'Archimède, le fluide exerce une autre force sur l'anneau. Cette force est due au fait qu'à l'interface entre l'eau et l'air, l'anneau subit des forces d'attraction (de type Van der Waals) de la part du fluide qui ne sont pas totalement compensées par les molécules de l'air. Ces forces sont à l'origine de ce que l'on appelle les forces de tension de surfaces.

Au moment où le cylindre se détache de la surface de l'eau cette force vaut

$$F = 2p\gamma \tag{12.2}$$

où  $p$  est le périmètre de la ligne de contact entre le cylindre et l'eau et  $\gamma$  est le coefficient de tension de surface entre le liquide (ici l'eau) et l'air qui est en  $\text{N m}^{-1}$ . Le facteur 2 est présent car il y a deux surfaces de contact avec le fluide : celle formée avec le rayon interne du cylindre et celle formée par le rayon externe.

6. On peut noter au passage cette valeur mnémotechnique

La valeur tabulée<sup>6</sup> de la tension de surface, pour l'eau pure, à  $20^\circ\text{C}$  est de :

$$\gamma_{\text{Eau pure}} = 0.07 \text{ N m}^{-1}$$

*Travail expérimental* Retirer très lentement la couronne de l'eau en descendant le support élévateur. Un double ménisque se forme autour des parois de l'anneau puis se brise. Relever la valeur donnée par le dynamomètre et la balance numérique lors de l'apparition et la disparition du ménisque. Ces valeurs vont passer par un extremum juste au moment où le liquide se détache du solide. C'est cette valeur qui nous intéresse et qui correspond à  $F$  dans la formule 12.2.

Le résultat semble assez imprécis et il faut par conséquent réitérer l'expérience plusieurs fois (au moins 5) afin d'avoir une statistique suffisante pour moyenniser les erreurs aléatoires.

*Travail pour le compte-rendu*

- Estimer une valeur de la tensions de surface eau-air (+ incertitudes).
- Il est normal que vous ne trouviez une valeur inférieure à celle tabulée pour l'eau pure, mais pourquoi ?

### 12.2.2 Loi de Jurin

La tension de surface est responsable de la montée d'un liquide dans un capillaire. Cet effet joue par exemple un rôle crucial dans le transport de la sève dans les arbres.

La hauteur  $h$  atteinte par le liquide dans un capillaire est donnée par la loi de Jurin :

$$h = \frac{2A}{\rho g r} \quad (12.3)$$

où :

- $h$  est la hauteur d'ascension
- $A$  le coefficient de tension superficielle liquide/air (en N.m-1)
- $\rho$  la masse volumique du liquide
- $r$  le rayon intérieur du tube capillaire
- $g$  l'accélération de pesanteur

*Travail expérimental* Mesurer la hauteur de l'ascension capillaire de l'eau ou de l'éthanol dans les capillaires à votre disposition (4 diamètres internes : 0.36 mm ; 0.5 mm ; 0.9 mm ; 1.5 mm)

#### Travail pour le compte-rendu

- Vérifier que la loi de Jurin est bien vérifiée. On pourra par exemple tracer la hauteur d'ascension en fonction de l'inverse du rayon interne du capillaire. Penser à mettre les barres d'erreurs sur la mesure de hauteur pour les points du graphe.
- En déduire la valeur du coefficient de tension superficielle liquide/air. Celui de l'eau pure est tabulé à  $0.07 \text{ N m}^{-1}$ , celui de l'éthanol  $0.02 \text{ N m}^{-1}$ . Donner évidemment une barre d'incertitude associée à la valeur obtenue.

### 12.2.3 Mesure de la tension de surface par angle de contact

Lorsque l'on dépose un liquide sur une surface solide deux situations peuvent se produire :

- Une goutte se forme. Cette dernière est la résultante de l'équilibre entre le poids de la goutte et les tensions superficielles entre le liquide, l'air et le solide principalement.
- La goutte s'étale, les forces liées à la tension superficielle ne sont pas suffisante pour compenser le poids.

Un cas particulier est lorsque la goutte formée à un angle de contact supérieur à  $90^\circ$ , on parle alors de surface *super-hydrophobe*.

Le contrôle de l'angle de contact entre un liquide et une surface est d'une importance pratique et économique considérable pour l'industrie.



FIGURE 12.8: Photo du dispositif pour la vérification de la loi de Jurin

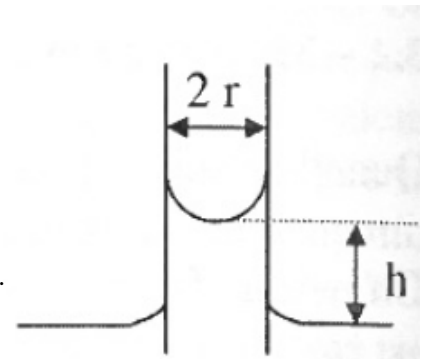


FIGURE 12.9: Schéma du ménisque apparaissant lors de la remontée d'un liquide dans un capillaire (cas de l'eau sur du verre.)

L'angle de contact est donc reliée à la tension de surface. Plus précisément, elle met en jeu la tension superficielle entre le solide et le liquide, le liquide et l'air et le solide et l'air (voir figure ??). Mais cet angle dépend aussi de beaucoup d'autres variables comme le volume de la goutte, la température, etc.

Nous allons ici nous contenter d'une approche semi-quantitative et étudier l'évolution de cet angle de contact pour différentes conditions expérimentales.

#### *Travail expérimental*

- Créer une surface super hydrophobe en passant une lame de verre de microscope au dessus d'une bougie allumée afin d'y déposer de la suie.
- En utilisant une micropipette déposer une goutte d'un volume d'environ 5  $\mu\text{L}$  sur la lame de verre nue et celle recouverte de suie.
- Prendre une photo en mode macro des deux gouttes en vue de l'analyse de l'angle de contact. Vous avez pour cela un appareil photo-numérique.
- Nous allons maintenant étudier l'influence de la nature du liquide sur la tension de surface.

Déposer à cinq endroits différents sur la surface hydrophobe une goutte de 5  $\mu\text{L}$  pour chacune des 5 solutions d'eau salée (i.e. contenant NaCl) de concentration 0, 35, 46, 58 et 87  $\text{g L}^{-1}$  respectivement.

#### *Travail pour le compte-rendu*

- En utilisant le logiciel imageJ mesurer l'angle de contact des différentes gouttes.
- Montrer qualitativement le caractère super-hydrophobe de la lame recouverte de suie.
- Tracer l'évolution de l'angle de contact avec la tension superficielle en fonction de la concentration en sel du liquide. Vérifier que cette évolution est à peu près linéaire.

#### 12.2.4 *Mesure de la tension de surface par pesée d'une goutte*

On exploite ici un phénomène que nous avons déjà tous observé. Lorsqu'une goutte ruisselle sur un objet, comme par exemple une goutte en sortie d'un robinet avec un très faible débit, cette dernière ne tombe pas tant qu'elle n'a pas atteint un volume limite.

Le poids de la goutte, qui dépend de son volume, et qui tend à la faire tomber, est en compétition avec la force de tension de surface qui est proportionnelle à la surface de contact entre la goutte et l'objet qui la maintient en suspension.



Plus précisément, la masse limite  $m_l$  de la goutte en train de tomber est donnée par la formule de Tate (1864) :

$$m_l = \frac{\pi\gamma kR}{g} \quad (12.4)$$

où :

- $\gamma$  est le coefficient de tension superficielle.
- $R$  est le rayon *externe* de l'orifice par lequel tombe la goutte.
- $g$  est l'accélération de pesanteur.
- $k$  est un facteur qui tient compte du fait que la goutte laisse une fraction de liquide sur le tube capillaire en se détachant

Le facteur  $k$  dépend du rapport d'aspect  $R/V^{1/3}$ , où  $V$  est le volume de la goutte. Une formule empirique relie  $k$  et  $c = R/V^{1/3}$  :

$$k = 1.7931 + -1.3967 \times c + 0.82016 \times c^2 \quad (12.5)$$

*Travail expérimental* On peut difficilement mesurer le poids d'une seule goutte. On fera donc tomber *lentement*<sup>7</sup> une centaine (!) de goutte dans un becher (dont on aura fait la tare au préalable), afin d'estimer avec précision le poids d'une goutte.

7. On fait tomber les gouttes lentement afin de rester en régime statique, en régime dynamique il faut faire intervenir les forces de viscosité

*Travail pour le compte-rendu*

- Estimer à partir de vos valeurs expérimentales la valeur de la tension de surface eau-air (+ incertitudes).

### 12.3 Écoulements à faible nombre de Reynolds

#### 12.3.1 Écoulement laminaire rampant : application à la mesure de la viscosité d'un liquide

On se place dans le cadre d'un écoulement à très faible nombre de Reynolds :  $Re < 1$  (on parle d'écoulement rampant).

Une grande éprouvette graduée est remplie du liquide dont on cherche à évaluer la viscosité (le glycérol). On y laisse tomber une bille, sans vitesse initiale et on mesure la durée de sa chute à partir du moment où son mouvement devient uniforme.

La mesure peut se faire au chronomètre ou à l'aide d'une caméra rapide.

Lors de sa chute la bille est soumise à trois force :

- Son poids  $P = \rho Vg$  où  $V = 4/3\pi r^3$  est le volume de la bille,  $\rho$  sa masse volumique et  $g$  l'accélération de pesanteur.
- La poussée d'Archimède  $\Pi = -\rho_{\text{glycérol}} Vg$  où  $\rho_{\text{glycérol}}$  est la densité du glycérol qui est tabulée  $1220 \text{ kg m}^{-3}$  à température ambiante.

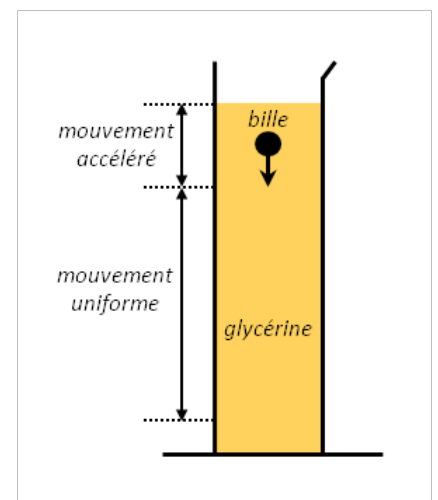


FIGURE 12.10: Schéma de l'expérience de la chute d'une bille dans un liquide visqueux.

- La force de trainée qui, pour un écoulement rampant est de la forme  $F_{\text{trainée}} = -\alpha v$ . Pour une sphère on obtient la loi de Stokes :

$$F_{\text{Stokes}} = -6\pi\eta r v$$

où  $\eta$  est la viscosité dynamique du glycérol que l'on cherche ici à évaluer (elle est tabulée à 1.49 Pa s à 20 °C).

8. La bille atteint cette vitesse exponentiellement avec une constante de temps  $\tau = \frac{2\rho r^2}{9\eta}$

A l'équilibre<sup>8</sup> ces trois forces se compensent et la bille atteint une vitesse limite  $v_{\text{lim}}$  telle que :

$$v_{\text{lim}} = \frac{2(\rho - \rho_{\text{glycerol}})r^2 g}{9\eta} \quad (12.6)$$

La mesure de cette vitesse limite  $v_{\text{lim}}$  permet donc de mesurer la viscosité  $\eta$ .

#### Travail expérimental

- Le but est de mesurer la vitesse limite de chute pour des billes de différents rayons.
- Faire tomber une première bille pour évaluer visuellement où dans le tube elle atteint une vitesse stable.
- NB : Penser *AVANT* de faire chuter les billes à :
  - peser les billes
  - mesurer leur diamètre au palmer (afin de connaître leur masse volumique)
- Marquer deux traits dans la zone où la bille a atteint sa vitesse limite  $v_{\text{lim}}$  et mesurer ensuite au chronomètre le temps mis par la bille pour parcourir la distance entre les deux traits. En déduire la vitesse limite de la bille.
- Répéter l'expérience pour plusieurs diamètres de bille.

#### Travail pour le compte-rendu

- Pour chaque mesure, à partir de la mesure de la vitesse limite :
  - Calculer la valeur de la viscosité obtenue (avec une barre d'erreur)
  - Recalculer le nombre de Reynolds. Vérifier que l'on a toujours  $Re < 1$ .
- Donner la valeur de la viscosité du glycérol (après avoir écarté les points où l'écoulement n'est pas rampant  $Re > 1$ )
- Il est tout à fait normale de ne pas obtenir la valeur tabulée du glycérol mais une valeur plus faible. Mais pourquoi ?

#### 12.3.2 Écoulement laminaire de Poiseuille : application à la mesure de la viscosité de l'air

Dans l'hypothèse d'un écoulement laminaire ( $Re < 2000$ ), si les effets de la pesanteur sont négligeables, le débit volumique dans une

conduite cylindrique est inversement proportionnelle à la viscosité  $\mu$  du fluide et obéit à la loi de Poiseuille :

$$\frac{\pi R^4 \Delta P}{8\mu L} \tag{12.7}$$

où  $R$  et  $L$  sont respectivement le rayon et la longueur de la conduite ;  $\Delta P$  est la différence de pression entre l'entrée et la sortie de la conduite.

Dis autrement :

$$\Delta P = \frac{8\mu}{\pi R^4} Q_V L \tag{12.8}$$

Cela veut dire qu'un simple écoulement dans un tuyau conduit à une diminution de la pression au sein du fluide à cause des forces de viscosité qui prélève de l'énergie au fluide. Cela a d'importantes conséquences en hydraulique.

Le dispositif mis à disposition est représenté schématiquement sur la figure 12.11. Il est composé d'un capillaire de longueur  $L = 24.5$  cm et de diamètre intérieur 1 mm, lequel à l'une de ses extrémités à l'air libre, et l'autre à un tube de raccordement. Ce tube est muni d'un manomètre à eau (mesure de  $\Delta P$ ) et permet la circulation de l'air vers un vase d'absorption partiellement rempli d'eau. Un robinet situé à la base de ce vase d'absorption permet l'écoulement de l'eau avec un débit correspondant au débit de l'air dans le capillaire.

Il s'agit donc de mesurer un débit, la différence de pression  $\Delta P$  associée, et d'en déduire une mesure de la viscosité de l'air (et non de l'eau...).

L'écoulement de l'eau entraîne une dépression qui force l'air extérieur à entrer dans le capillaire de faible diamètre où les pertes de charges sont très importante du fait de son faible diamètre (cf le terme en  $R^4$  dans l'équation 12.8). Le tube en U permet de mesurer la différence de pression entre l'air extérieur et l'air qui a traversé le capillaire. La différence de pression est due aux pertes visqueuses qu'à subit l'air lors de la traversée du capillaire et qui sont décrites par la formule Poiseuille.

*Travail expérimental* On réalisera la mesure de  $\Delta P$  pour différents débits. Le débit sera mesuré en pesant le volume d'eau recueilli durant la durée de l'expérience. Le débit de l'eau, et donc celui de l'air, n'est pas constant durant l'expérience. En effet, L'eau a un écoulement de type *Toricelli* où la vitesse<sup>9</sup> de sortie du fluide dépend de la hauteur d'eau restante. Par conséquent :

- On ne fera pas trop durer une mesure car sinon la valeur du débit sera fausse.
- Pour changer le débit, il suffit de refaire la mesure avec une hauteur d'eau restante différente.

*Travail pour le compte-rendu*

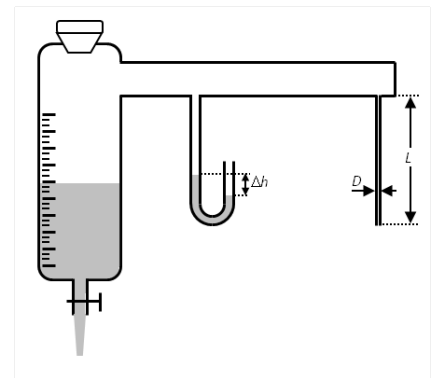


FIGURE 12.11: Dispositif pour la mesure de la viscosité de l'air via un écoulement laminaire de Poiseuille

9.  $V = \sqrt{2gh}$

- Calculer la viscosité de l'air pour chaque mesure (+ barre d'erreur). La valeur tabulée de la viscosité de l'air est de l'ordre de  $1.8 \times 10^{-5}$  Pa s à 20 °C. On donne aussi la masse volumique de l'air à 20 °C sous une atmosphère :  $1.2 \text{ kg m}^{-3}$
- Calculer le nombre de Reynolds associé à chaque mesure et vérifier que l'écoulement de l'air est bien laminaire.
- Faire un court travail bibliographique (entre 5 et 10 lignes plus quelques schémas) sur les notions de pertes de charge régulières et singulières.

FIN DE LA PARTIE 1 DU TP

## 12.4 Écoulement à grand nombre de Reynolds

Dans les écoulements à grand nombre de Reynolds ( $Re > Re_{\text{lim laminaire}} = 2000$ ), les forces de frottement visqueuses deviennent négligeables devant les forces d'inertie. La viscosité joue donc un rôle négligeable et on qualifiera le fluide de *parfait*. Dans ce cadre simplifié, un certain nombre d'effets ou de dispositifs pourront être décrits et expliqués par l'équation de Bernoulli qui est tout simplement l'expression de la conservation de l'énergie. Notons cependant, que la viscosité joue toutefois un rôle important au voisinage des parois solides, ce que l'on appelle la *couche limite*.

L'élément centrale des expérimentations est une soufflerie qui permet de créer un écoulement à fort nombre de Reynolds. Le ventilateur pourra être configuré comme refoulant ou aspirant et constituer soit un banc d'essais en veine aérodynamique, soit un banc d'essais en tunnel aérodynamique.

### 12.4.1 Mesure de la vitesse d'un écoulement : tube de Pitot

*Temps estimé de manipulation* : 15 minutes.

Le dispositif schématisé sur la figure 12.12, une fois placé au sein d'un écoulement d'air permet d'en mesurer la pression totale (prise située face à l'écoulement) et la pression statique (prise orientée perpendiculairement à l'écoulement).

NB : l'extrémité du tube de Pitot fait fonction de *point d'arrêt*. En ce point, la vitesse du fluide est nulle.

Associé à un manomètre de précision, le tube de Pitot (aussi appelé sonde de Prandtl) donne accès à la vitesse de l'écoulement. Cette vitesse constituant une donnée fondamentale dans la caractérisation de tout phénomène aérodynamique, ce dispositif pourra être utilisé autant que de besoin dans le reste des expériences.

Deux types de manomètres différentiels sont fournis : le premier est analogique et le deuxième numérique.

*Travail de préparation* :

- Redonner l'expression de l'équation/théorème de Bernoulli
- Appliquer l'équation de Bernoulli à l'écoulement autour d'un tube de Pitot. En déduire l'expression de la vitesse d'écoulement du fluide en fonction de la différence de pression mesurée sur le manomètre.

*Travail expérimental* :

Mesurer la vitesse du fluide en différent endroit de l'écoulement. Vous avez le choix entre deux buses :

- Celle avec une grande section de sortie qui présente, a priori, une plus grande homogénéité du profil de vitesse.

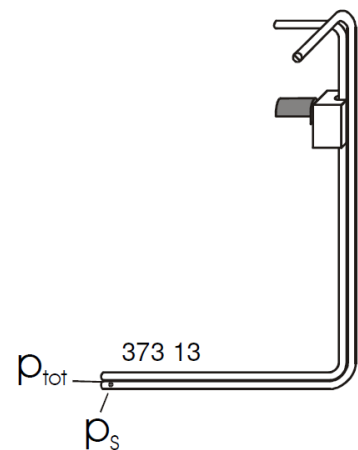


FIGURE 12.12: Schéma d'un tube de Pitot pour mesurer la vitesse d'un écoulement

- Celle avec une petite section qui permet d'atteindre, par conservation du débit, des vitesses du fluide plus importantes.

NB : On réfléchira au préalable au branchement des arrivées de pression avec le manomètre analogique, de telle sorte que le liquide soit bien poussé dans le manomètre et non aspiré. NB2 : la graduation en vitesse sur le manomètre analogique est manifestement fausse.

*Travail pour le compte-rendu :*

- Établir une carte du champ de vitesse du fluide (mesurer environ 10 valeurs de vitesse à des endroits judicieusement repartis)
- Donner une estimation de la valeur du nombre de Reynolds de l'écoulement autour du tube de Pitot. La dimension caractéristique à considérer n'est pas le diamètre du trou mais plutôt l'ordre de grandeur de l'obstacle (soit environ 1 cm). Commenter.

#### 12.4.2 Mesure d'un débit volumique : tube de Venturi

*Temps estimé de manipulation :* 15 minutes.

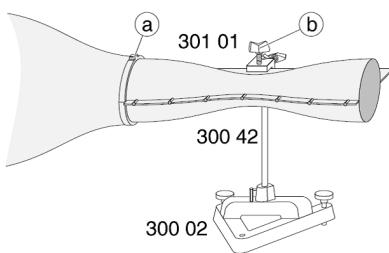


FIGURE 12.13: Dispositif pour l'étude de l'effet Venturi

Un tube de Venturi s'adapte sur l'une des buses du ventilateur. L'entrée et la sortie du tube ont un diamètre de 100 mm; le rétrécissement, situé au milieu du tube, présente un diamètre de 50 mm. Sept points de mesure de la pression statique sont disposés le long du tube et peuvent être branchés au manomètre de précision (NB : on utilisera les picots en métal).

*Travail de préparation :*

- A partir de l'équation de Bernoulli, expliquer le principe de l'effet Venturi.

*Travail expérimental :*

Placer son doigt au niveau du point de mesure au milieu du rétrécissement. Vérifier qu'il y a bien aspiration et que la force de l'aspiration est fonction de la vitesse de l'écoulement.

Pour plusieurs vitesses d'écoulements, mesurer la pression aux différents points des mesures sur le tube Venturi.

*Travail pour le compte-rendu :*

- Pour chaque vitesse d'écoulement, tracer l'évolution de la pression en fonction de la position dans le tube
- Comparer la valeur expérimentale de la chute de pression au milieu de la conduite et avec la valeur obtenue via le théorème de Bernoulli.
- La pression en amont et en aval du rétrécissement ne sont pas égales. Pourquoi ?

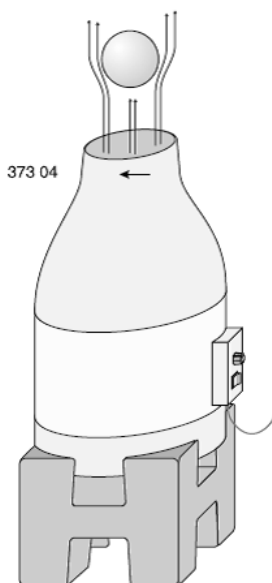


FIGURE 12.14: Lévitation d'une sphère par un flux d'air.

#### 12.4.3 Lévitation d'une sphère (effet Coandă)

*Temps estimé de manipulation :* qualitatif, 5 minutes.

Muni de la buse la plus petite, le ventilateur en mode refoulant est positionné verticalement. L'écoulement d'air vertical ascendant permet de maintenir en équilibre une balle de polystyrène.

Il est ensuite possible de maintenir incliné le ventilateur en conservant l'équilibre de la balle.

Il s'agit d'une expérience purement qualitative mais très explicite et impressionnante. Son interprétation permet d'illustrer l'équation de Bernoulli, l'effet Venturi, les notions de traînée et de portance, l'effet Magnus et l'effet Coandă.

*Travail pour le compte-rendu :*

Décrire l'expérience. A l'aide d'un schéma expliquer pourquoi le centre de l'écoulement est une position d'équilibre stable pour la sphère.

#### 12.4.4 Mesure de coefficient de traînée

*Temps estimé de manipulation :* 15 minutes

Comme indiqué sur le schéma 12.15, la veine d'essai peut être exploitée pour mesurer la force de résistance aérodynamique de différents objets. Les objets sont maintenus dans la veine à l'aide d'une tige (3.1) fixée dans un chariot relié à un dynamomètre sectoriel et se déplaçant sur un rail de guidage.

Ainsi, la force mesurée est celle exercée par l'écoulement sur l'objet dans la direction de l'écoulement : il s'agit donc de la traînée.

Les modèles mis à disposition sont : trois disques de diamètres 40 mm, 56 mm et 80 mm, et trois objets de même surface apparente (diamètre 56 mm).

La sonde de Prandtl pourra être utilisée pour mesurer la vitesse de l'écoulement.

*Travail de préparation :*

Définir la traînée et la portance.

*Travail expérimental :*

Étudier l'influence sur la traînée de la surface de référence, de la vitesse et de la forme. Les mesures et leur analyse permettront d'introduire le coefficient de traînée  $C_D$  défini comme le rapport de la force de traînée (Drag en anglais) sur le produit de la pression cinétique ( $1/2\rho v^2$ ) avec la surface apparente  $S$  :

$$D = C_D \frac{1}{2} \rho v^2 S \quad (12.9)$$

La force de traînée  $D$  est mesurée à l'aide du dynamomètre et la vitesse  $v$  à l'aide du tube de Pitot.

Vous pourrez commencer par étudier l'évolution de la force de traînée avec vitesse  $v$  en gardant un même objet.

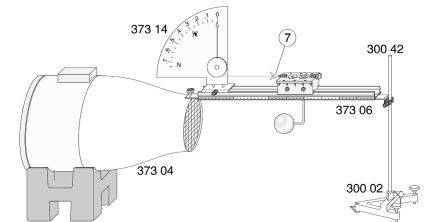


FIGURE 12.15: Dispositif pour l'étude du coefficient de traînée. Vérifier l'horizontalité du banc avant de commencer les mesures (le chariot est-il stable).

Vous pourrez ensuite étudier l'évolution de la force de trainée avec la surface apparente, en étudiant les trois disques.

Vous pourrez enfin étudier l'évolution du coefficient de trainée  $C_D$  avec la forme de l'objet.

*Travail pour le compte-rendu :*

- Présenter et commenter les résultats obtenues. Mesurer coefficient de trainée  $C_D$  de chacun des objets. Penser aux barres d'erreur.
- Retrouve-t-on un coefficient de trainée proportionnel à la surface et au carré de la vitesse du fluide ?
- Au vu des mesures de  $C_D$ , certains objets sont-ils plus aérodynamique que d'autre (tout chose égale par ailleurs) ?
- Donner une estimation de la valeur du nombre de Reynolds de l'écoulement pour les différents objets. Commenter.

#### 12.4.5 Étude d'un profil d'aile

*Temps estimé de manipulation :* 20 minutes

Placé dans la veine d'essai, un profil d'aile muni de prises de pression permet de faire l'étude de la répartition des efforts dus à la pression que génèrent l'écoulement (Figure 12.17).

Le profil est orientable, de manière à pouvoir faire varier l'angle d'attaque. Neuf prises de pression sont réparties tout autour du profil (bord d'attaque, intrados et extrados) et communiquent avec des orifices de mesure placés sur les deux tôles latérales. Le manomètre de précision permet alors de mesurer soit une surpression, soit une dépression en chacun de ces orifices.

Une projection du profil assortie de lignes normales à la surface en chacune des prises permet une visualisation explicite des mesures réalisées : l'indicatrice des pressions (12.16).

*Travail de préparation :*

- Définir intrados et extrados.
- L'étude des profils d'aile est un sujet complexe et très porté sur l'ingénierie. Redonner néanmoins l'explication simpliste, basée sur le théorème de Bernoulli, qui explique l'apparition d'une portance lorsque l'air s'écoule autour de l'aile.
- Se documenter sur le lien entre angle d'attaque et décrochage

*Travail expérimental :*

Mesurer la distribution de pression pour différents angles d'attaques. On discutera les résultats obtenus en termes de trainée et de portance. On pourra aussi utiliser la sonde de Prandtl pour examiner l'évolution de la vitesse autour du profil

*Travail pour le compte-rendu :*

- Pour une vitesse d'écoulement et un angle d'attaque fixée, tracer la carte des pressions autour du profil d'aile.

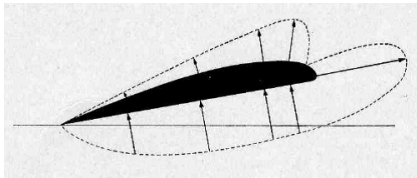


FIGURE 12.16: Etude du profil d'une aile

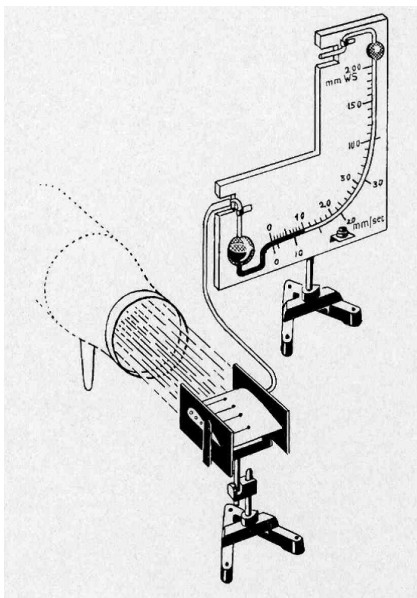


FIGURE 12.17: Etude du profil d'une aile



- Tracer la portance maximum (rapportée ici à une différence de pression entre l'intrados et l'extrados) en fonction de l'angle de l'aile. Mettre en évidence le phénomène de décrochage.

#### 12.4.6 Mesure de la traînée et de la portance sur un profil d'aile

Ce dispositif permet la mesure de la traînée et de la portance exercées sur un profil d'aile soumis à un écoulement en tunnel (Figure 12.18). Ces mesures pourront être réalisées pour différentes vitesses d'écoulement et pour différents angles d'attaque.

Une balance aérodynamique transparente s'enfiche sur le chariot mobile et supporte le profil d'aile à l'aide de deux tiges qu'il est possible de régler séparément en hauteur de manière à imposer l'angle d'attaque souhaité (entre  $-16^\circ$  et  $16^\circ$ ). Sans écoulement, l'indicateur de portance (entre  $-1$  N et  $+2$  N) doit être horizontal et indiquer zéro. Par ailleurs, le chariot est relié au dynamomètre sectoriel qui mesure la traînée.

Après avoir relevé la traînée  $D$  et la portance  $L$  (Lift en anglais) via les dynamomètres, la mesure de la vitesse d'écoulement pourra être réalisée en décrochant le dynamomètre et en insérant la sonde de Prandtl dans le tunnel en amont du profil.

Connaissant la surface de référence du profil d'aile, aussi appelée maître-couple ( $S = 0.032 \text{ m}^2$ ), on pourra évaluer les coefficients de traînée  $C_D$  et de portance  $C_L$  :

$$C_D = \frac{D}{1/2\rho v^2} \quad \text{et} \quad C_L = \frac{L}{1/2\rho v^2} \quad (12.10)$$

*Travail expérimental :*

Commencer par régler une vitesse et mesurer sa valeur avec le tube de Pitot. Mettre en place les dispositifs de mesure de la portance et de la traînée et réaliser leur mesure pour plusieurs angle de l'aile.

Refaire les mesures pour une autre vitesse.

*Travail pour le compte-rendu :*

- Comme précédemment, tracer la portance (dont on a maintenant une mesure plus exacte) et la traînée en fonction de l'angle de l'aile. Mettre à nouveau en évidence le phénomène de décrochage.

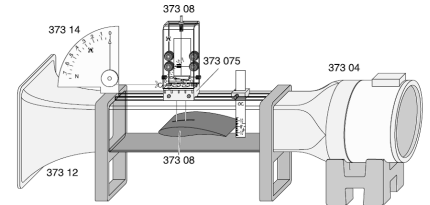


FIGURE 12.18: Etude de la portance d'un profil d'aile.



# 13 Thermodynamique

LES EXPÉRIENCES DE THERMODYNAMIQUE ont un statut un peu particulier en physique expérimentale :

- Tout d’abord, quand on regarde en détails, les sources d’erreur expérimentales sont très nombreuses. Par conséquent, il est fréquent d’avoir des erreurs relatives sur les mesures largement supérieures aux 10% habituels des TP.
- D’autre part, d’un point de vue pratique, l’habileté expérimentale est souvent réduite au minimum. On allume l’appareil, on prend les points de mesure, on éteint l’appareil. Par contre, le traitement des données, lui, peut se montrer ardu et demander beaucoup de temps.

## 13.1 Changement d’état

### 13.1.1 Étude de la chaleur latente de vaporisation et de la pression de vapeur saturante de l’eau

#### Objectifs de l’expérience

- Étudier et tracer la courbe d’équilibre liquide-vapeur de l’eau.
- Déterminer la quantité d’énergie nécessaire pour transformer un gramme d’eau liquide en un gramme de vapeur d’eau. Cette quantité est appelée chaleur latente massique de vaporisation.

#### Description du matériel

- Un cylindre métallique creusé sur son axe d’une cavité de diamètre 4 mm. Ce cylindre est posé sur un support en céramique chauffant alimenté par un boîtier relié au secteur (220V, 50Hz) (cf fig 13.1). De l’eau distillée remplit intégralement la cavité qui est fermée hermétiquement.
- Aucune perte de matière dans la cavité n’est possible au cours du chauffage. Un trou perpendiculaire à l’axe du cylindre permet d’insérer un thermomètre afin de mesurer la température atteinte dans la cavité<sup>1</sup>.
- Un thermomètre échelle  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ – $250\text{ }^{\circ}\text{C}$  ;

## Sommaire

13.1 Changement d’état . . . . .	129
13.2 Étude d’une pompe à chaleur. . . . .	134
13.3 Étude de la conductivité thermique le long d’une barre . .	138
13.4 Détermination de la conductivité thermique de matériaux de construction . . . . .	141
13.5 Calorimétrie . . . . .	144
13.6 Effet Hall . . . . .	145
13.7 Cycle d’hystérésis d’un matériau ferromagnétique . . . . .	149
13.8 Thermométrie : calibration de deux sondes de températures . . . . .	150
13.9 Rayonnement : Vérification de la loi de Stefan-Boltzmann. . .	150



FIGURE 13.1: Photo du dispositif expérimental

1. On négligera les pertes de chaleur de la cavité par le trou d’insertion du thermomètre devant les quantités de chaleur reçues au cours de la manipulation.

- 2. Le coefficient de dilatation thermique de l'eau est de  $2.6 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . Cela veut dire que à chaque degré Celsius le volume occupé par l'eau augmente de 0,026 %
- 3. Le célèbre 100 °C sous une pression de 1 atmosphère (101 325 Pa soit environ 1013 hPa).
- 4. Pour l'eau c'est 1700. En effet, la masse volumique de la vapeur d'eau sous 1 bar est de  $0.590 \text{ kg m}^{-3}$  alors que, pour l'eau liquide, elle est évidemment de  $1000 \text{ kg m}^{-3}$
- 5. Le dispositif expérimental ne permet pas d'arriver au stade où il n'y a plus que la vapeur d'eau dans le cylindre.

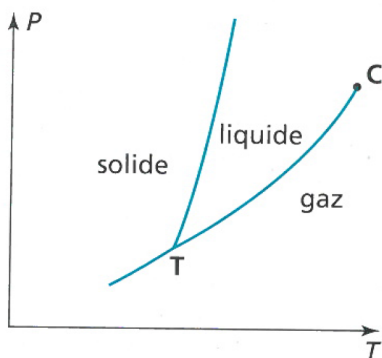


FIGURE 13.2: Diagramme pression température typique.

- 6. Exemple : si la pression vaut 1 atm, la température lors de l'ébullition vaut exactement 100 °C. En présence de trois phases, les coordonnées sont uniques, on parle alors de *point triple* qui est caractéristique de chaque corps. Plus généralement, il s'agit d'une conséquence de la règle de phases (cf cours de thermochimie).

- Un manomètre à aiguille relié à l'extrémité droite du cylindre permet de mesurer la pression à l'intérieur de la cavité jusqu'à la valeur limite de 60 bar.

*Description de l'expérience* L'eau contenue dans le cylindre est initialement à l'état liquide.

- Lors d'une première phase de chauffage, la température de l'eau augmente. La dilatation thermique de l'eau étant assez faible<sup>2</sup>, la pression n'augmente que peu durant cette phase.
- Arrivé à la *température d'ébullition*<sup>3</sup>, la première bulle de vapeur se forme, or un gaz prend typiquement 1000 fois plus de volume que le liquide correspondant<sup>4</sup>. Le volume étant fixé par la cavité, la pression va augmenter au fur et à mesure que l'eau liquide se transforme en eau vapeur.
- Dans une troisième étape, au fur et à mesure que l'on apporte de l'énergie thermique, une part plus importante d'eau liquide passe sous forme vapeur. La pression continue d'augmenter<sup>5</sup>.

Deux phases distinctes (ici liquide et vapeur) d'un même corps (ici l'eau) ne peuvent être en équilibre entre elles sous une pression donnée qu'à une température déterminée<sup>6</sup> : il y a donc une relation entre la pression et la température d'équilibre des deux phases, d'où l'existence d'une courbe d'équilibre en coordonnées  $(P, T)$  (cf fig 13.2).

Prenons l'exemple de l'autocuiseur (aussi appelé « cocotte minute »). L'eau est chauffée dans une enceinte fermée. Lorsque l'eau se met à bouillir, la pression augmente jusqu'à ce qu'elle atteigne la pression fixée par la soupape de sécurité (typiquement 1.8 bar). Or sous 1.8 bar la température d'ébullition n'est plus de 100 °C, comme à 1 bar mais 118 °C. Ainsi les aliments cuisent beaucoup plus vite (cf la loi d'Arrhenius en chimie). Dans un autocuiseur, la pression est donc fixée par la soupape lors de la transformation liquide vers vapeur. On reste donc sur un seul point du diagramme d'équilibre ( $P = 1.8 \text{ bar}$ ,  $T = 391 \text{ K}$ ) tant qu'il y a équilibre entre l'eau liquide et l'eau vapeur.

L'expérience présentée ici est différente d'un autocuiseur dans la mesure où aucun dispositif ne fixe la pression. En d'autres termes, nous travaillons ici avec une cocotte minute qui n'aurait pas de soupape de sécurité ! En chauffant l'eau contenue dans la cavité, à la fois la pression et la température augmentent, mais comme il y a équilibre liquide vapeur, l'eau ne peut pas se situer n'importe où sur le diagramme  $(P, T)$  mais elle doit suivre la courbe d'équilibre liquide-vapeur.

La courbe d'équilibre liquide-vapeur (ou courbe de vaporisation) peut être décrite mathématiquement par la formule de Clapeyron. Sa démonstration ne repose que sur les principes de la thermodynamique, sans faire appel à aucune approximation :

$$L_v(T) = T(V_{vap} - V_{liq}) \frac{dP}{dT} \tag{13.1}$$

où  $L_v(T)$  est la chaleur latente de vaporisation molaire,  $T$  la température,  $V_{vap}$  et  $V_{liq}$  sont les volumes molaires du corps pur en phase gazeuse et en phase liquide ; la dérivée  $dP/dT$  représente la pente de la courbe de vaporisation au point d'abscisse  $T$ . Nous allons exploiter cette formule pour calculer  $L_v(T)$  à partir du relevé expérimental de la courbe d'équilibre  $(P, T)$  puis le calcul numérique de  $dP/dT$ .

On ne va pas atteindre ici le point critique de l'eau

#### Travail de préparation

- Retracer le diagramme d'équilibre  $P, T$  de l'eau et indiquer quelle partie du diagramme nous allons explorer lors de l'expérience.
- L'eau a une particularité, la courbe d'équilibre liquide/solide à une pente négative. Expliquer ceci à partir de la formule de Clapeyron et le fait qu'un glaçon flotte dans un verre d'eau.
- Dire pourquoi, dans la formule de Clapeyron, on peut négliger le volume molaire du liquide  $V_{liq}$  devant le volume molaire du gaz  $V_{vap}$  ?
- Pour des pressions inférieures à la pression critique, on peut considérer la vapeur d'eau comme un gaz parfait. Donner l'expression du volume molaire<sup>7</sup>.
- Montrer alors que la formule de Clapeyron peut être approximée par la formule de Van't Hoff :

7. Rappel : le volume molaire est le volume d'une mole ( $n=1$ )

$$L_v(T) = R \frac{T^2}{P} \frac{dP}{dT} \quad (13.2)$$

*Travail expérimental* Allumer le dispositif chauffant. Relever les valeurs de la pression et de la température au cours de la montée en chauffe du système et éventuellement aussi en descente. Le relevé de mesures s'effectuera par pas de 0.5 bar sur le manomètre et la température atteinte associée sera mesurée.

*Travail pour le compte-rendu* Le manomètre présente manifestement un décalage, il faut ajouter une constante aux mesures de pression tel que à 100 °C, la pression de vapeur saturation vaille 1 bar.

*Comparaison avec la formule du Duperray* La formule empirique de DUPERRAY, traduit la variation de la pression de vapeur saturante  $P_s$ , avec la température associée  $T_s$  :

$$P_s = \left( \frac{T_s}{100} \right)^4 \quad (13.3)$$

NB : Dans cette formule,  $P_s$  est en bar, et  $T_s$  est en *Celsius*.

Superposer les données expérimentales avec la loi de Duperray. L'accord est-il correct ?

## Mesure de la chaleur latente de vaporisation de l'eau

1. On suppose dans un premier temps que la chaleur latente  $L_v$  de vaporisation est indépendante de la température. Montrer que la formule de Van't Hoff 13.2 peut alors être intégrée sous la forme :

$$\ln P = -\frac{L_v}{R} \frac{1}{T} + B \quad (13.4)$$

8. Penser bien à mettre les pressions en Pascal et les températures en Kelvin.

9. Dit autrement, quelle est la condition pour appliquer la formule de Clapeyron et donc la formule de Van't Hoff ?

10. La première  $dP/dT$  ( $n = 2$ ) valeur de la dérivée est calculable en  $n = 2$  et est donc approximée par  $P_3 - P_1 / T_3 - T_1$ . Cela peut se faire assez rapidement avec un tableur.

11. La masse molaire de l'eau est de  $18 \text{ g mol}^{-1}$

12. On trouve typiquement un nuage de points, le calcul de la dérivée sur seulement deux points étant un peu trop juste

13. On voit que la valeur de la chaleur latente diminue avec la température jusqu'à atteindre zéro joule. Cela se produit à la température critique  $T_c$  où, donc,  $L_v(T_c) = 0$ . Il ne faut donc plus fournir d'énergie pour passer de liquide à gaz, on parle de *fluide supercritique*. Cet état de la matière est étudié qualitativement au ?? p.??

14. Le gallium n'est pas toxique, par contre il tache...

- (a) Tracer alors le logarithme de la pression en fonction de l'inverse de la température<sup>8</sup>. Obtient-on exactement une droite ?
- (b) Utiliser néanmoins cette méthode pour donner une première valeur de la chaleur de vaporisation molaire de l'eau. La constante des gaz parfaits  $R$  vaut  $8.314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ .
- (c) Est-ce que la totalité de la courbe est utilisable<sup>9</sup> ?
2. On tient maintenant compte de la variation en température de la chaleur latente de vaporisation. On utilise la formule de Van't Hoff 13.2 où le terme  $dP/dT$  est approximé de la façon suivante :

$$\frac{dP}{dT} \equiv \frac{\Delta P}{\Delta T} \equiv \frac{P_{n+1} - P_{n-1}}{T_{n+1} - T_{n-1}}$$

où l'indice  $n$  correspond au numéro du point de mesure<sup>10</sup>.

- (a) Tracer l'évolution de la chaleur latente *massique*<sup>11</sup> en fonction de la température<sup>12</sup>. Retrouve-t-on globalement la valeur obtenue en considérant la chaleur latente indépendante de la température ?
- (b) Tracer sur le même graphe la formule empirique<sup>13</sup> de REGNAULT :

$$L_v(T) = 3335 - 2.91T \quad (13.5)$$

où  $L_v$  est l'enthalpie de vaporisation en  $\text{J g}^{-1}$ .

L'accord est-il correct ?

3. Sur Wikipédia on trouve pour l'eau les valeurs suivantes :

— Chaleur latente de vaporisation ( $\text{kJ kg}^{-1}$ ) = 2264.76

— Température d'ébullition (celsius) = 100

Commenter.

4. Au final, quelle(s) valeur(s) donneriez-vous à la chaleur de vaporisation de l'eau d'après vos données expérimentales.

5.(a) Commenter le signe de la chaleur latente.

(b) Que vaut la chaleur latente de condensation ?

(c) Donner aussi la variation d'entropie associée à la vaporisation. A nouveau commenter son signe.

## 13.1.2 Pallier de solidification et surfusion du Gallium

Le Gallium ( $Z=31$ ) est un métal dont la température de fusion n'est que de  $29.78^\circ\text{C}$ . On pourrait le faire fondre dans sa main<sup>14</sup>. Nous

allons mesurer cette température de fusion et mettre en évidence le phénomène de surfusion.

La surfusion est un retard au changement d'état. Le corps étudié est alors à l'état liquide alors que sa température est inférieure à sa température de fusion. Dit autrement, le gallium est liquide alors que thermodynamiquement, il devrait être solide. Il s'agit d'un état métastable<sup>15</sup> et la moindre perturbation (choc, introduction de poussière ou de germe de solidification), conduit à la solidification rapide du matériau.

#### *Travail expérimental*

- Faire chauffer de l'eau à une température d'environ 40 °C.
- Introduire le tube à essai en plastique contenant le gallium solide dans le bain-marie et attendre quelques minutes la fusion totale du Gallium.
- Sortir le tube à essai du bain-marie.
- Laisser refroidir à l'air libre le tube à essai avec le Gallium. Mesurer la température à l'aide du thermocouple<sup>16</sup> nickel-nickel/chrome et un chronomètre. Suivre la température du gallium lors de son refroidissement.
- Une fois que la température du gallium liquide est bien inférieure (d'une dizaine de degrés par exemple) à sa température de fusion (on parle alors de surfusion), introduire un morceau de gallium solide pour initier la solidification<sup>17</sup>. C'est un processus assez lent<sup>18</sup>.

On fera attention à une éventuelle erreur systématique de *calibration* du thermomètre. Vérifier par exemple que le thermomètre indique 0 °C dans un mélange d'eau et de glace. Si ce n'est pas le cas, en tenir compte dans la mesure de la température de solidification.

NB : Le gallium a l'étrange particularité (comme l'eau d'ailleurs), d'avoir une densité plus faible à l'état solide qu'à l'état liquide. Son volume augmente de 3 % lorsqu'il se solidifie. Pour éviter tout risque de brisure lors de la solidification, il ne faut pas stocker le gallium dans un récipient en verre lors de son refroidissement.

#### *Travail pour le compte-rendu*

- Tracer l'évolution de la température au sein du gallium au cours du temps.
- Indiquer sur le relevé de température le phénomène de surfusion ainsi que le palier de solidification.
- Donner votre valeur expérimentale obtenue pour la température de fusion du gallium (+ incertitude). NB : Attention à la calibration du thermomètre.

15. Un état métastable est un état qui ne devrait pas être stable selon la thermodynamique mais que des blocages cinétiques rendent stable. Ici, le gallium reste liquide en dessous de sa température de fusion car il est difficile pour le métal de former le premier germe de solidification. Si on apporte ce germe, le blocage cinétique disparaît et la thermodynamique reprend ses droits : le métal se solidifie.

16. Le gallium est capable de détruire plusieurs métaux, en particulier l'aluminium avec lequel il forme un alliage très malléable. Avec le nickel, il n'y a apparemment pas de problème de ce genre.

17. Cette remarque était vraie pour du gallium pur. Au fur et à mesure des TP, le gallium s'est pollué (ou oxydé?) et la surfusion n'est plus que de quelques degrés et il n'est plus nécessaire de perturber l'état métastable avec un morceau de gallium solide.

18. La solidification est exothermique et il faut que l'excédent d'énergie thermique puisse être échangé avec l'air. On pourrait a priori accélérer le processus en augmentant la convection (avec un ventilateur par exemple).

### 13.1.3 Transition ferro vers paramagnétique du gadolinium

Le moment magnétique du gadolinium ( $Z=64$ ) est particulièrement important : 7 magnétons de Bohr pour un atome soit plus de 3 fois celui du Fer (2.2 magnétons). Cependant sa température de Curie, c'est à dire la température pour laquelle le composé passe de ferromagnétique à paramagnétique, est aux alentours<sup>19</sup> de 19 °C. Nous allons dans cette section mesurer cette température de Curie.

19. Alors que la température de Curie du fer est de 770 °C ce qui est plus difficile en TP (surtout sans bec bunsen)

Le gadolinium est stocké dans un petit sachet plastique pour éviter le contact avec l'eau avec laquelle le gadolinium réagit lentement. Le gadolinium est (modérément) *toxique*. Ne pas le sortir du sachet.

20. A nouveau vérifier la calibration du thermomètre avec un bain eau-glace à 0 °C et tenir compte d'une éventuelle erreur systématique

Réaliser un mélange eau-glace afin d'atteindre, après fusion de la glace, une température aux alentours de 10 °C et d'environ 30 mL de volume. Suivre la température avec un thermomètre numérique<sup>20</sup>. Mettre le sachet contenant le gadolinium dans l'eau. Laisser le temps au métal de se thermaliser. Approcher ensuite un aimant puissant de type Néodyme Fer Bore. Vérifier qualitativement que le gadolinium est bien ferromagnétique.

21. Penser à homogénéiser la température de l'eau en agitant la solution (on n'utilisera pas ici un agitateur magnétique car le gallium est lui même ferro-magnétique.)

Suivre qualitativement l'attraction entre le gadolinium et l'aimant permanent. Au delà de la température de Curie cette attraction chute fortement. Mesurer la température<sup>21</sup> du mélange lorsque la transition ferro-para se produit.

### 13.2 Étude d'une pompe à chaleur

Une pompe à chaleur est une machine thermique qui permet de transférer de l'énergie thermique d'une source froide vers une source chaude. Au bilan, la source froide (l'extérieur de la maison par exemple) est plus froide, et la source chaude (l'intérieur de la maison) plus chaude. Sans l'apport d'énergie sous forme de travail à la machine thermique, cela serait interdit par le deuxième principe.

La réalisation concrète d'un tel dispositif nécessite de trouver un mécanisme propre à "absorber de la chaleur". On pourrait penser à la détente isotherme d'un gaz comme dans le cycle de Carnot, mais cela est très peu sensible. Il est bien plus efficace de mettre en jeu des *changements d'états*.

La source chaude et la source froide sont ici de l'eau qui circule dans des tuyaux. L'échange de chaleur est essentiellement de type convectif et basé sur une double circulation de deux fluides : le fréon et l'eau.

22. Un schéma de fonctionnement n'est volontairement pas donné car c'est à vous de le faire pour le compte-rendu.

Passons en revue les différentes structures<sup>22</sup> de la pompe à chaleur :

23. Le fréon a très longtemps été utilisé dans les aérosols et les cycles frigorifiques jusqu'à ce qu'on se rende compte à la fin des années 1980 de son effet nocif sur la couche d'ozone. Il a été interdit en 2000 et il est maintenant remplacé par le 1,1,1,2-Tétrafluoroéthane ou R-134a.

*Étape A : Compresseur* Le fluide frigorigère (ici du Fréon<sup>23</sup> R22) initialement à l'état gazeux est comprimé dans le compresseur. Il reste à l'état gazeux mais à une pression et une température plus importantes.



Mécaniquement parlant, le compresseur est vraisemblablement un compresseur à clapet.

*Étape B : Condenseur* Le gaz est envoyé vers le condenseur qui est en contact avec la source chaude. La condensation (ou liquéfaction) du gaz (gaz vers liquide) est un phénomène *exothermique*. Lors de cette étape le fluide frigorigère transfère l'énergie thermique qu'il a prélevé à la source froide (étape D), à la source chaude.

Le condenseur est un dispositif extrêmement simple. Il s'agit typiquement d'un serpentin en contact avec la source chaude (on peut en trouver à l'arrière des réfrigérateurs par exemple<sup>24</sup>). Ici, on utilise un tuyau de diamètre extérieur 9.53 mm dans le lequel circule l'eau représentant la source chaude et un diamètre intérieur de 7.93 mm où circule le fréon.

*Étape C : Détendeur* Le fluide frigorigère, sous forme liquide, est envoyé au détendeur. Le détendeur a pour but d'abaisser la pression du liquide réfrigérant. Cette baisse de pression s'effectue à température constante. Lors de cette détente, la pression devient inférieure à la pression de vapeur saturante : des bulles de gaz commencent à apparaître. En sortie du détendeur, le fluide est un mélange liquide-vapeur. Cela peut être observé au niveau d'un voyant.

Le détendeur est un dispositif mécanique relativement simple mettant en jeu un ressort et un clapet. Ce dispositif limite le passage du fluide et diminue donc sa pression (moins de molécule dans un même volume). Tout comme pour la détente de Joule Thomson, on considérera que la détente s'effectue à *enthalpie constante*<sup>25</sup>.

*Étape D : Évaporateur* Le fréon liquide est envoyé vers l'évaporateur qui est en contact avec la source froide. L'évaporation du liquide est un phénomène *endothermique*<sup>26</sup>. Lors de cette étape le fluide frigorigère reçoit de l'énergie thermique de la source froide et la partie liquide se transforme en vapeur. Par conséquent, la température de la source froide s'abaisse.

L'évaporateur est mécaniquement semblable au condenseur.

L'objectif de l'expérience est d'établir le cycle thermodynamique suivi par le fluide dans la machine et de calculer le rendement du dispositif.

Plus précisément, le cycle sera reporté sur le *diagramme de Mollier* du fréon qui est donné en annexe A (p.155). Vous trouverez aussi quelques informations sur l'utilisation d'un diagramme de Mollier.

*Travail de préparation* Exercice de mise en contexte : "De l'intérêt des pompes à chaleur"

24. Les serpentins sont d'ailleurs très souvent peints en noir afin d'absorber le rayonnement (type corps noir) émis par le fluide frigorigère et ainsi encore améliorer le transfert thermique.

25. On considère donc que le gaz est parfait (deuxième loi de Joule).

26. Vous pouvez par exemple penser au fait que lorsque l'on sort de la douche l'eau présente sur notre peau nous prélève de l'énergie thermique lors de son évaporation ou dit autrement que l'on a froid.

D'un point de vue microscopique cette énergie est nécessaire pour agiter assez les molécules d'eau pour qu'elles arrivent à vaincre les interactions (Van der Waals et hydrogène) entre les molécules.

On souhaite en hiver chauffer une pièce initialement à  $10^{\circ}\text{C}$  à la température de  $20^{\circ}\text{C}$ . La capacité thermique de la pièce est de  $3.6\text{ MJ K}^{-1}$   $3,6\text{ MJ.K}^{-1}$ . Quelle quantité d'énergie faut-il apporter (i.e. payer à EDF) à la pièce si on chauffe directement avec par exemple des radiateurs électriques. A 10 centimes d'euros le kilowatt heure, combien cela représente-t-il d'argent ?

Au lieu du chauffage direct, on utilise maintenant une pompe à chaleur (PAC) dont le coefficient de performance ( $|Q|/W$ ) est supposé égal à  $T_{\text{chaud}}/(T_{\text{chaud}} - T_{\text{froid}})$  (PAC idéale). La source froide de la PAC est un lac à la température de  $4^{\circ}\text{C}$ . Quelle quantité de travail faut-il apporter (i.e. payer à EDF) pour chauffer la même pièce à  $20^{\circ}\text{C}$ ? Combien cela coûte ?

Comparer les deux résultats.

#### *Travail expérimental*

- Repérer les différents éléments de la PAC : Compresseur, Condenseur, Détendeur, Évaporateur
- Relever sur les manomètres les pressions aux différents points du circuit de la PAC.

NB 1 : Il s'agit de la pression relative, qui ne tient pas compte de la pression atmosphérique. Ces manomètres indiquent donc 0 en l'absence de pression dans le système. En d'autres termes, il faut rajouter 1 bar pour avoir la pression absolue.

NB 2 : Il manque la pression au niveau de l'entrée et surtout de la sortie du condenseur. C'est intentionnel : cette pression, qui est nécessaire pour calculer le rendement du dispositif, peut être retrouvée en établissant le cycle du fluide sur le diagramme de Mollier.

- Placer les thermocouples (utiliser les manchons en mousse) aux différents points du circuit de la PAC

NB : Bien attendre l'équilibre thermique entre le capteur et le point de mesure de la PAC. Cela peut prendre quelques minutes au niveau du compresseur.

- Relever la puissance consommé  $P_{\text{El}}$  par le moteur du compresseur de la PAC. Pour ce faire on relèvera la tension et le courant aux bornes du dispositif<sup>27</sup>.
- Relever le débit de fréon dans le circuit.

27. On considérera le facteur de puissance de l'installation (le "cos  $\varphi$ ") proche de 1 (ce qui est a priori une approximation assez grossière).

#### *Travail pour le compte-rendu*

*Cycle du fluide* En justifiant par écrit le placement des différents points, tracer le cycle du fluide réfrigérant sur le diagramme de Mollier du fréon. Voici quelques indications :

- Indiquer sur le diagramme de Mollier (fourni en annexe) les zones où le fréon est sous forme liquide, sous forme vapeur.

- En vous aidant des isothermes et de l'ordonnée (pression) du graphe, marquer la position (A) du fluide avant l'entrée dans le compresseur.
- Marquer la position (B) du fluide à la sortie du compresseur.
- Si la compression était adiabatique et réversible, le gaz suivrait la loi de Laplace. Comment cela se traduirait-il sur un diagramme de Mollier? Est-ce le cas ici?
- Marquer la position (B') du fluide à l'entrée du condenseur.
- Marquer la position (C') du fluide en sortie du condenseur. On notera qu'en sortie du condenseur le fluide est totalement sous forme liquide. NB : il n'y a pas de mesure de pression à cette endroit, on s'aidera des isothermes du diagramme de Mollier pour placer le point.
- Marquer la position (D) du fluide en entrée de l'évaporateur. On se rappellera que la détente se fait à enthalpie constante<sup>28</sup>.

28. Conformément à la deuxième loi de joule si on a affaire à un gaz parfait.

*Perte de charge* Expliquer en quelques mots ce que sont les pertes de charges et en quoi elles sont responsables de la perte de pression entre l'entrée et la sortie de l'évaporateur.

*Efficacité de la pompe à chaleur* L'efficacité est le rapport en terme de puissance de ce qu'apporte la pompe à chaleur  $P_T$  (ici la PAC apporte de l'énergie thermique à la source chaude pour chauffer une pièce par exemple), sur ce qu'elle coûte  $P_{EI}$  (la puissance apportée sous forme de travail au compresseur).

L'énergie thermique apportée à la source chaude est largement due à la condensation de liquide frigorigène. L'énergie transférée est donc la différence d'enthalpie du fluide entre l'entrée du condenseur et la sortie.

- A l'aide du diagramme de Mollier, évaluer cette différence d'enthalpie massique.
- Sachant que la masse volumique du fréon R22 est de  $990 \text{ kg m}^{-3}$ , et en utilisant la mesure du débit volumique, donner le débit massique de fréon dans le circuit.
- La puissance thermique  $P_T$  (en  $\text{J s}^{-1}$ ) échangé au niveau du condenseur est le produit de la différence d'enthalpie massique (en  $\text{kJ kg}^{-1}$ ) par le débit massique du fréon ( $\text{kg s}^{-1}$ ). Donner la valeur de  $P_T$ .
- A partir des mesures d'intensité et de tension aux bornes du dispositif, donner  $P_{EI}$ .
- Calculer alors l'efficacité de la pompe à chaleur.

*Efficacité frigorifique de la machine* Un réfrigérateur a pour but de refroidir la source froide. L'efficacité frigorifique est donc définie comme le rapport de la puissance thermique prélevée à la source froide sur ce qu'elle coûte c'est à dire  $P_{EI}$ .

En suivant une démarche similaire à la question précédente donner l'efficacité frigorifique de la machine.

### 13.3 Etude de la conductivité thermique le long d'une barre

On cherche à étudier la conduction thermique le long de deux barres métallique (une en aluminium et l'autre en acier) de côté  $a$  et non isolées thermiquement de l'extérieur. Elles sont chauffées à une extrémité par effet Joule via une résistance électrique Six capteurs de températures<sup>29</sup> sont placées le long de la règle et permettent de relever l'évolution de la température au cours du temps (voir figure ??).

29. De type MCP9803

Effectuons un bilan d'énergie interne sur une portion  $dx$  de la barre durant le temps  $dt$ .

La variation d'énergie interne d'un solide, qui est incompressible, ne dépend que de la température et elle est proportionnelle à la différence de température via sa capacité thermique. Ainsi la variation d'énergie interne  $dU$  durant le temps  $t$  peut s'écrire :

$$dU = c\rho(Sdx) \frac{dT}{dt} dt$$

où  $c$  est la capacité thermique massique,  $\rho$  la masse volumique,  $S = a^2$  la section de la barre. Cette variation d'énergie interne est ici purement due aux échanges thermiques<sup>30</sup> et a deux<sup>31</sup> causes :

30. Dit autrement, il n'y a pas de travail effectué sur la barre

31. On néglige ici le rayonnement puisque les échanges thermique par rayonnement sont en  $T^4$  (cf section 13.9) et que les températures de la barre restent relativement faibles

— La convection  $Q_{\text{convection}}$  avec l'air extérieur que l'on modélise par la loi empirique de Newton :

$$Q_{\text{convection}} = -h(T(x) - T_{\text{amb}})dS' dt$$

où  $T_{\text{amb}}$  est la température ambiante autour de la barre,  $dS' = 4adx$  est la surface de contact entre l'air et la barre et  $h$  est le coefficient de transfert thermique en  $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$ , qui traduit l'efficacité de l'échange d'énergie thermique par convection. Le signe - indique ce que cette énergie est perdue par la barre.

— Une arrivée d'un flux thermique en  $x$ ,  $j(x)S$ , et le départ d'un autre flux thermique en  $x + dx$ ,  $j(x + dx)S$  où  $j$  est le flux thermique, en  $\text{W m}^{-2}$ , au sein de la barre du fait qu'on la chauffe à une de ses extrémités et  $S = a^2$  la section de la barre métallique. Cela conduit au transfert d'énergie thermique  $Q_{\text{conduction}}$  :

$$Q_{\text{conduction}} = S [j_{\text{th}}(x) - j_{\text{th}}(x + dx)] dt = -S \frac{dj_{\text{th}}}{dx} dx dt$$

La loi de Fourier permet d'exprimer le flux thermique en fonction du gradient de température ( $j_{\text{th}} = -\lambda \text{grad}T$ ) et d'aboutir à :

$$Q_{\text{conduction}} = S\lambda \frac{d^2T}{dx^2} dx dt \quad (13.6)$$

Au bilan, la conservation de l'énergie permet d'écrire :

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{4}{a} h(T_{\text{amb}} - T(x)) + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (13.7)$$

Cette équation différentielle ne peut être résolue que numériquement. On peut néanmoins obtenir des solutions analytiques dans deux cas que nous allons étudier par la suite :

- On ne chauffe pas la barre et seule la convection intervient. L'évolution de la température est alors régit par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{4h}{ac\rho}(T_{\text{amb}} - T(t)) \quad (13.8)$$

où on peut voir que la position  $x$  n'intervient plus car la convection est supposée être la même sur l'ensemble de la barre.

L'équation 13.8, qui est analogue à celle de la charge d'un condensateur<sup>32</sup> a pour solution :

$$T(t) = (T_i - T_{\text{amb}})e^{-t/\tau} + T_{\text{amb}} \quad (13.9)$$

où  $T_i$  est la température initiale de la barre au début de la mesure et  $T_{\text{amb}}$  la température de l'air ambiant et le temps  $\tau$  caractéristique du transfert thermique vaut :

$$\tau = \frac{ac\rho}{4h} \quad (13.10)$$

- On chauffe la barre alors qu'il y a de la convection mais on étudie le système en permanent où  $dT/dt = 0$ . L'équation différentielle 13.7 devient alors :

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{4h}{a\lambda}(T_{\text{amb}} - T(x)) \quad (13.11)$$

On peut poser la longueur  $\delta$  :

$$\delta = \sqrt{\frac{a\lambda}{4h}} \quad (13.12)$$

tel que l'on obtienne l'équation différentielle :

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{1}{\delta^2}T(x) = \frac{1}{\delta^2}T_{\text{amb}} \quad (13.13)$$

que l'on peut réécrire en introduisant la différence de température  $\Delta T = T - T_{\text{amb}}$  :

$$\frac{d^2\Delta T}{dx^2} - \frac{1}{\delta^2}\Delta T(x) = 0 \quad (13.14)$$

qui a pour solution<sup>33</sup> :

$$\Delta T(x) = T_0 \exp\left(-\frac{x}{\delta}\right) \quad (13.15)$$

Le logarithme de l'équation précédente permet d'obtenir une droite :

$$\ln \Delta T = \ln T_0 - \frac{x}{\delta} \quad (13.16)$$

dont la pente permet de mesure la longueur  $\delta$ .

*Travail expérimental*

32.

$$\frac{dT}{dt} + \frac{1}{\tau}T = T_{\text{eq}}$$

33. A cause du signe moins, ce n'est pas l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique. On ne garde ici que la solution qui ne diverge pas

*Determination des effets de la convection*

- Placer chaque barre métallique dans un sachet plastique et plonger le tout dans un mélange eau+glace. Attendre une dizaine de minute l'équilibre thermique.
- Retirer une première barre et la placer contre les capteurs de températures. On utilisera les pinces pour bien plaquer la barre.
- Lancer l'acquisition via le logiciel "Pianode" avec une mesure toutes les secondes jusqu'à ce que la température de la barre atteigne la température ambiante.
- Penser à exporter les données brutes issues des capteurs. Pour cela faire "edition" → copier les donner. Faire ensuite un coller des données vers un logiciel de texte (genre bloc-note) ou vers un tableur (comme calc de libre office).

*Mesure de la conductivité thermique*

34. La barre d'aluminium atteint environ 65 °C en 45 minutes

35. On mesure cette tension au cours de l'expérience car on s'attend à ce que la résistance du dispositif de chauffe augmente avec la température (cf section 13.8).

- Placer chaque barre métallique contre les capteurs à l'aide des pinces.
- Alimenter la résistance de chauffage placer sur le support avec une tension sinusoïdale de 10V. Placer un ampere metre pour mesurer le courant RMS moyen envoyée à la résistance<sup>34</sup>.
- Lancer l'acquisition des températures via le logiciel "Pianode" avec une mesure toutes les 5 secondes jusqu'à ce que la température de la barre atteigne un pallier.
- A cours de l'expérience, mesurer<sup>35</sup> avec un voltmètre la tension RMS aux bornes de la résistance.
- Penser à exporter les données brutes issues des capteurs. Pour cela faire "edition" → copier les donner. Faire ensuite un coller des données vers un logiciel de texte (genre bloc-note) ou vers un tableur (comme calc de libre office).
- Passer ensuite à la deuxième barre. ATTENTION après le chauffage, la température des règles peut être relativement importante et pourrait provoquer des brûlures.

*Caractéristiques des barres métalliques*

- Longueur des regles métalliques : 400 mm
- Section carrée de coté 10 mm
- Capacité thermique  $c$  massique de l'aluminium :  $921 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
- Capacité thermique  $c$  massique de l'acier :  $460 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
- Masse volumique  $\rho$  de l'aluminium :  $2700 \text{ kg m}^{-3}$
- Masse volumique  $\rho$  de l'acier :  $7800 \text{ kg m}^{-3}$
- Conductivité thermique  $\lambda$  de l'aluminium :  $200 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$
- Conductivité thermique  $\lambda$  de l'acier :  $54 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$

*Travail pour le compte-rendu*

- Pour l'étude de la convection :
  - Tracer sur un même graphe l'évolution de la température au cours du temps pour les 6 capteurs. La température est-elle homogène ou alors la convection n'est pas la même pour tous les endroits de la barre ?
  - Faire la moyenne des 6 capteurs et tracer l'évolution de cette température au cours du temps. Essayer de faire un ajustement par une exponentielle de la courbe (eq. 13.9). Est-ce que le modèle de Newton vous semble correct pour décrire les échanges d'énergie par convection ?
  - Tracer le logarithme de la température en fonction du temps. Ajuster cette courbe sur la portion la plus linéaire pour en déduire une mesure du temps  $\tau$  d'établissement de l'équilibre thermique. En déduire aussi une mesure du coefficient  $h$ .
- Pour l'étude en régime permanent :
  - Tracer l'évolution de la température d'un des capteurs au cours du temps. Cette courbe devrait être ajustée par l'équation 13.7 avec une résolution numérique. Nous ne le ferons pas ici.
  - Tracer la température d'équilibre de chaque capteur en fonction de sa position sur la barre.
  - Sur un autre graphe tracer le logarithme des même températures des capteurs en fonction de de leur *distance*. Chaque détecteur est espacé de 50 mm, le premier pourra être fixée arbitrairement à une abscisse  $x = 0$ .
  - Ajuster cette courbe par une droite (eq 13.16) afin de vérifier si le modèle utilisé est correct et par la même occasion obtenir une mesure de la distance caractéristique  $\delta$  de propagation de l'énergie issue de la résistance.
  - En déduire alors une mesure de la conductivité thermique  $\lambda$ . Comparer à la valeur tabulée.

#### 13.4 Détermination de la conductivité thermique de matériaux de construction

La conductivité thermique est une des caractéristiques essentielles pour choisir un matériau pour de l'isolation thermique. On souhaite évidemment que les fuites énergétiques par conduction soit les plus faibles possibles ce qui passe par une conductivité thermique la plus faible possible.

Afin de déterminer cette grandeur, nous allons utiliser une méthode dite "à une plaque". Cela va permettre :

- D'observer semi-qualitativement l'évolution de la température au cours du temps dans le matériau.
- Mesurer la conductivité thermique du matériau.

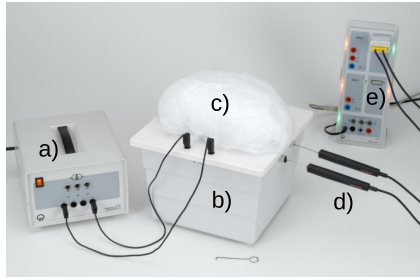


FIGURE 13.3: Configuration expérimentale pour la mesure de la conductivité thermique. a) Alim 12V, b) Chambre calorimétrique, c) poche de glace, d) thermocouples, e) systèmes d'acquisition Cassy

Vous disposez d'une chambre calorimétrique supposée calorifugée et dont l'intérieur peut être chauffé par des résistances de puissance (voir fig 13.3).

Cette chambre calorimétrique est fermée par le matériau dont on veut déterminer la conductivité thermique. De part et d'autre du matériau, on place deux thermocouples pour mesurer la différence de température. Les températures sont mesurées au cours du temps grâce au système Cassy. De plus, on place de la glace au dessus du matériau pour imposer une température connue sur sa face extérieure.

L'évolution de la température est gouvernée par l'équation de diffusion de l'énergie thermique :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D_{\text{therm}} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Le problème étant unidimensionnel, la coordonnée  $x$  repère la position dans l'épaisseur du matériau. En régime permanent (avec donc mathématiquement  $\partial T / \partial t = 0$ ) et avec les conditions initiales imposées, l'évolution de la température à l'équilibre est :

$$T_{\text{eq}}(x) = (T_{\text{glace}} - T_{\text{chambre}}) \frac{x}{L} + T_{\text{chambre}} \quad (13.17)$$

où  $L$  est l'épaisseur du matériau, et  $T_{\text{glace}}$  et  $T_{\text{chambre}}$  sont les températures à l'équilibre qui sont mesurées par les deux thermocouples disposés de part et d'autre du matériau.

On peut aussi raisonner en terme de flux thermique  $\varphi$ , défini par le flux du vecteur densité de courant thermique  $\mathbf{j}_{\text{th}}$  à travers la surface  $S$  du matériau<sup>36</sup>. A l'équilibre ce flux vaut<sup>37</sup> :

$$\varphi = -\lambda \frac{dT}{dx} S = \lambda \frac{T_{\text{chambre}} - T_{\text{glace}}}{L} S$$

Tout comme le courant dans un circuit électrique, le flux thermique se conserve le long du matériau à l'équilibre. Et, toujours par analogie avec l'électrocinétique, on définit une *résistance thermique* en  $\text{K W}^{-1}$  défini par :

$$R_{\text{th}} = \frac{L}{\lambda S} \quad (13.18)$$

de telle sorte que :

$$\underbrace{\Delta T}_{\text{equiv tension}} = R_{\text{th}} \underbrace{\varphi}_{\text{equiv courant}} \quad (13.19)$$

avec  $\Delta T = T_{\text{chambre}} - T_{\text{glace}}$ .

Nous allons maintenant utiliser le fait que nous connaissons expérimentalement le flux thermique  $\varphi$  : il est égal, en supposant la chambre calorifugée, à la puissance dissipée par les résistances à l'intérieur de la chambre divisée par la surface du matériau. Ce qui se traduit par :

$$\varphi = \frac{RI^2}{S} = \frac{\Delta T}{R_{\text{th}}} = \frac{\lambda \Delta T}{L}$$

36.  $\varphi = \iint_S \mathbf{j}_{\text{th}} \cdot \mathbf{dS}$  avec  $\mathbf{j}_{\text{th}}$  donné par la loi de Fourier  $\mathbf{j}_{\text{th}} = -\lambda \frac{dT}{dx} \mathbf{e}_x$ . Le flux thermique est en  $\text{W m}^{-2}$ .

37. En supposant le flux thermique constant sur la surface du matériau, on a  $\varphi = \mathbf{j}_{\text{th}} S \mathbf{u}_x$  ce qui donne avec la loi de Fourier  $\varphi = -\lambda S \frac{dT}{dx}$  puis en injectant le profil de température au sein du matériau (eq 13.17), on obtient l'équation souhaitée



d'où la mesure de la conductivité thermique  $\lambda$  :

$$\lambda = RI^2 \frac{L}{S} \Delta T \quad (13.20)$$

Ainsi, dans le but de mesurer la conductivité thermique  $\lambda$ , il reste donc à déterminer  $\Delta T$ , l'écart de température entre les deux faces du matériau à l'équilibre

#### Travail expérimental

- Déterminer la puissance thermique émise par les résistances de puissances. Pour ce faire, après avoir mis la résistance de puissance dans la chambre thermique (si cela n'est pas déjà fait), alimenter la chambre sous 12V (ou 6V pour l'étude de la mousse isolante) alternatif et mesurer la tension et l'intensité aux bornes de la résistance<sup>38</sup>. Éteindre ensuite la chambre.
- Mettre une pastille de contact en aluminium dans les évidements circulaires sur la plaque de matériau. Cette pastille sert à assurer le contact thermique entre la plaque et le thermomètre. Pour encore améliorer le contact thermique, mettre un tout petit peu de pâte thermoconductrice sur la pastille côté matériau.
- Poser avec précaution, une fine plaque en aluminium avec la face noire tournée vers la chambre calorimétrique (ou dit autrement la face métallique vers le matériau) .
- De même, poser une autre plaque en aluminium avec la face noire tournée vers la glace.
- Poser la plaque de matériau prise en sandwich par les plaques en aluminium dans l'enceinte.
- Mettre les thermocouples au-dessus et en-dessous du matériau en utilisant les ouvertures latérales de la chambre de conduction. Brancher les sondes de températures au boîtier Cassy si cela n'est pas déjà fait.
- Mettre de la glace dans un sac plastique et poser le sac sur le matériau.
- Allumer l'alimentation et lancer l'acquisition sur Cassy en mesurant environ 1 point toutes les 10 secondes pendant au moins 1 heure.
- Vérifier<sup>39</sup> que vous atteignez une température d'équilibre au bout de typiquement 30 minutes.
- IMPORTANT : penser ensuite à éteindre l'alimentation des résistances de puissance.

38. On ne va pas utiliser un ohmmètre car il mesurerait la valeur de la résistance à froid. Or la valeur de la résistance va légèrement augmenter avec la température (cf 13.8 p.150)

39. Cela vous laisse évidemment du temps pour travailler sur d'autres parties du TP...

#### Travail pour le compte-rendu

- A quoi servent les feuilles métalliques? Pourquoi met-on le côté métallique vers le matériau?
- A quoi sert la glace?

40. La surface  $S$  des plaques est de  $0.0225\text{ m}^2$ , et leur épaisseur  $L$  est de  $1\text{ cm}$ .

41. La résolution de l'équation de diffusion de l'énergie thermique en régime transitoire sort du cadre de ce poly de TP. Voir par exemple p.392 ou alors votre cours.

— Tracer l'évolution des températures en fonction du temps. Déterminer l'écart  $\Delta T$  de température à l'équilibre entre les deux faces. En déduire avec la formule 13.20 la valeur de la conductivité thermique du matériau<sup>40</sup>.

— Il est parfois difficile de déterminer l'écart de température car l'équilibre thermique peut prendre plus d'une heure pour s'établir. On peut donc essayer d'extrapoler l'évolution de la température  $T_{\text{chambre}}(t)$ . On montre<sup>41</sup> que  $T_{\text{chambre}}(t)$  est de la forme :

$$T_{\text{chambre}}(t) = T_{\text{chambreEquilibre}} - \Delta T \exp(-t/\tau)$$

Ajuster la courbe expérimentale avec comme variable libre  $T_{\text{chambreEquilibre}}$ ,  $\Delta T$  et  $\tau$ . Refaire le calcul de la conductivité thermique  $\lambda$  avec cette nouvelle valeur de  $\Delta T$ .

— Comparer la valeur de la conductivité thermique  $\lambda$  aux valeurs constructeurs (voir tableau 13.1).

— On s'attend à une erreur systématique qui conduit à une valeur légèrement trop grande de la conductivité thermique. Expliquer pourquoi ?

TABLE 13.1: Valeur tabulée de la conductivité thermique  $\lambda$  de quelques matériaux de construction

Matériau	Polystyrène	Bois aggloméré	FermaCell (plâtre)	Rohacel (mousse)
$\lambda$ ( $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ )	0.16-0.18	0,07-0,17	0,23-0,28	0,02-0,05

## 13.5 Calorimétrie

### 13.5.1 Mesure de la capacité thermique d'un métal et la loi de Dulong et Petit

Nous allons mesurer la capacité thermique de pièces de 20 centimes d'euro. Une telle pièce pèse  $5.74\text{ g}$  et elle est composée, en nombre d'atome,<sup>42</sup> de :

42. L'alliage est appelé "alliage Nordique" de formule  $\text{Cu}_{89}\text{Al}_5\text{Zn}_5\text{Sn}_1$

- 89% de Cuivre (masse molaire :  $63.5\text{ g mol}^{-1}$ )
- 5% d'Aluminium (masse molaire :  $27\text{ g mol}^{-1}$ )
- 5% de Zinc (masse molaire :  $65.4\text{ g mol}^{-1}$ )
- 1% d'étain (masse molaire :  $118.7\text{ g mol}^{-1}$ )

#### Travail de préparation

— Dans une pièce de  $5.74\text{ g}$ , il y a 89% d'atomes de cuivres, etc. Une "molécule" d'alliage a pour masse molaire ( $M = 0.89 \times 63.5 + 0.05 \times 27 + 0.05 \times 65.4 + 0.01 \times 118.7$ ) =  $62.32\text{ g mol}^{-1}$ , il y a donc dans une pièce de  $5.74\text{ g}$ ,  $n = m/M = 92\text{ mmol}$

— Prédire via la loi de Dulong et Petit<sup>43</sup> la capacité thermique d'une pièce de 20 centimes d'euros.

— Comparer cette valeur à celle de  $5.74\text{ g}$  de cuivre sachant que la capacité thermique du cuivre est de  $\rho_{\text{cuivre}} = 385\text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ .

43. capacité thermique molaire de l'ordre de  $3R$  à température ambiante où  $R = 8.314\text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$  est la constante des gaz parfaits.

Nous allons utiliser la méthode des mélanges pour mesurer la capacité thermique de 10 pièces de 20 centimes d'euros.

#### *Travail expérimental*

- Mettre les pièces<sup>44</sup> dans un bain eau+glace à 0 °C pendant au moins 10 minutes.
- Faire chauffer x ml d'eau à environ 70 °C.
- Lancer le logiciel Latis Pro pour la mesure et le suivi de la température.
- Mettre l'eau dans le calorimètre et mesurer précisément sa température  $T_{\text{chaud}}$ .
- Introduire dans le calorimètre les 10 pièces de 20 centimes.
- Mettre le bouchon du calorimètre et la sonde de température.
- Tout en mélangeant, suivre au cours du temps la température de l'eau dans le calorimètre qui doit augmenter et atteindre un palier. Noter la température  $T_f$  du palier.

44. Les dix pièces sont dans un sachet plastique pour les manipuler plus facilement. On néglige la capacité thermique de ce sachet

#### *Travail pour le compte-rendu*

- A partir de la température d'équilibre de l'eau du calorimètre, calculer la valeur expérimentale de la capacité thermique des 10 pièces (+ incertitude).  
On pourra utiliser le fait que le calorimètre est isolé. Par conséquent, si l'eau a gagné de l'énergie thermique ( $m_{\text{eau}}c_{\text{eau}}(T_f - T_{\text{amb}})$ ) cette dernière a été prise aux pièces ( $C_{\text{pieces}}(T_f - T_{\text{chaud}})$ )
- Comparer cette valeur à celle prédite par la loi de Dulong et Petit.

### 13.6 Effet Hall

On se propose dans cette section d'étudier l'effet Hall et la conductivité électrique sur des cristaux de germanium sur carte à circuit imprimé en fonction de la température et du champ magnétique

#### 13.6.1 Rappels théoriques

*Semiconducteur intrinsèque* Un semiconducteur intrinsèque est un semiconducteur pur, c'est-à-dire dans lequel il y a très peu d'impuretés, typiquement moins de  $1 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  alors que la concentration d'atomes dans un cristal de Si par exemple est de l'ordre de  $1 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$  (noter que le germanium est le plus pur des matériaux que l'on sache fabriquer à l'heure actuelle).

A  $T = 0 \text{ K}$ , toutes les électrons du Germanium (ou du Silicium) occupent la bande de valence qui est totalement pleine. La bande de conduction est vide et il y a un gap en énergie de 1.1 eV (1.1 eV pour le Si). Quand on augmente la température, l'énergie thermique  $k_B T$

permet à certains électrons de passer de la bande de valence à la bande de conduction. Cette probabilité est donnée par la loi de Boltzmann  $P(E_g) = 1/Z \exp(-E_g/k_B T)$  (où  $Z$  est la fonction de partition). Ainsi quand la température croît, des électrons du haut de la bande de valence peuvent être excités thermiquement dans des états du bas de la bande de conduction (ionisation intrinsèque) : des états de la bande de conduction sont alors peuplés par des électrons. Les états de la bande de valence laissés vacants sont appelés trous. D'une manière plus précise, le trou est défini comme l'ensemble des électrons d'une bande pleine moins un électron. Sous l'action de champs électriques ou magnétiques, les trous réagissent comme des porteurs de charge mobiles possédant une charge positive  $+e$ .

*Semiconducteur extrinsèque* L'ionisation intrinsèque produit seulement de l'ordre de  $1 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  électrons dans la bande de conduction et  $1 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  trous dans la bande de valence à 300 K. C'est donc un processus très inefficace qui ne peut mener qu'à des courants électriques petits et inutilisables. Par contre, si on introduit volontairement des impuretés capables de fournir des électrons ou des trous supplémentaires au système, on pourra augmenter appréciablement et contrôler les densités de porteurs capables de transporter un courant électrique dans un semiconducteur donné. Un semiconducteur dans lequel on a introduit volontairement des impuretés est appelé semiconducteur extrinsèque ou semiconducteur dopé.

Un semiconducteur de type n est un semiconducteur dopé avec des impuretés dites donneuses, en faible concentration par rapport aux autres atomes du cristal : typiquement  $1 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  à  $1 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ . Les impuretés donneuses fournissent des électrons supplémentaires au système. Un semiconducteur de type P est un semiconducteur dopé avec des impuretés dites accepteuses, en faible concentration par rapport aux autres atomes du cristal : typiquement  $1 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  à  $1 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ . Les impuretés accepteuses fournissent des trous supplémentaires au système.

Effet Hall HallSchema

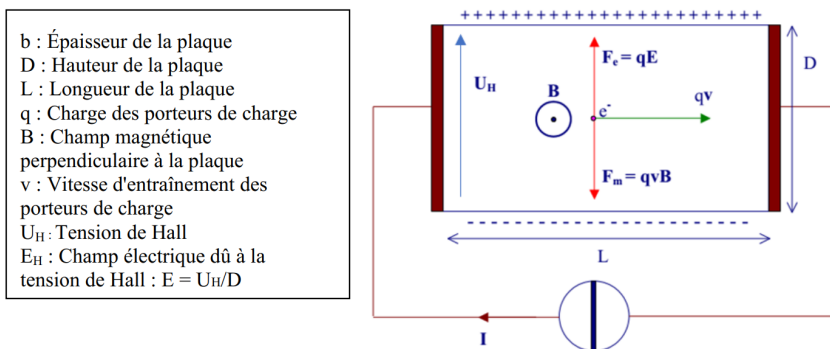


FIGURE 13.4: Schéma de l'effet Hall

A  $t = 0$  seul la force de Lorentz existe (voir fig ??), cette force tire les électrons sur la surface inférieure. Il apparaît alors un excès d'électrons sur cette face tandis qu'en contrepartie un défaut de charges négatives sur la face opposée (face chargée positivement). Comme chacune des faces est chargée avec des charges de signe opposé, un champ électrique  $E_H$  est créé entre les deux faces dirigées des charges positives vers les charges négatives avec  $E_H > 0$ . En conséquence de quoi il existe une différence de potentiel entre ces deux faces, notée  $-U_H$ . En régime permanent c'est-à-dire lorsque l'équilibre est atteint entre la force électrique (créée par l'apparition du champ électrique) et la force magnétique, les charges migrent alors uniquement dans le sens inverse de  $I$ .

$$F_{\text{Lorentz}} + F_E = 0 \Rightarrow evB = eE_H$$

$$U_H = \frac{IB}{neb} \tag{13.21}$$

13.6.2 Description du dispositif expérimental

On dispose de trois échantillons de Germanium : un non dopé, un dopé n, un dopé p, de dimensions  $L = 20 \text{ mm}$ ,  $D = 10 \text{ mm}$ ,  $b = 1 \text{ mm}$ . Le cristal de Ge est très fragile, il se casse facilement. Manipuler la carte à circuit imprimé avec soin et ne la soumettre à aucune sollicitation mécanique. Du fait de la résistance spécifique élevée du Ge, il est chauffé par la simple application d'un courant transversal qui ne doit pas dépasser  $I = 4 \text{ mA}$ .

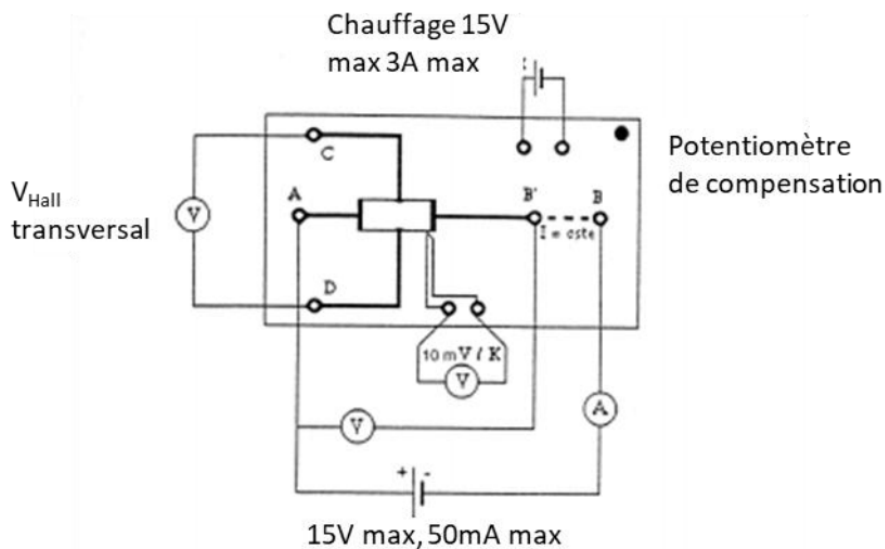


FIGURE 13.5: Schéma des branchements pour l'étude de l'effet Hall

- L'échantillon est alimenté entre A et B (voir figure 13.5), sous une tension de 15V. On fera attention à ce que le courant circulant entre A et B ne dépasse pas 50 mA.

- Une régulation de courant située entre B et B' fournit un courant constant  $I$  à travers l'échantillon qui est compris dans  $2 \text{ mA} < I < 30 \text{ mA}$ , attention de ne pas dépasser  $I = 4 \text{ mA}$  avec la plaquette non dopée.
- La borne B' permet de mesurer la différence de potentiel longitudinale  $U$  aux bornes de l'échantillon.
- On mesure la tension de Hall  $U_H$  entre C et D. Comme il est difficile de placer les deux contacts C et D exactement l'un en face de l'autre, la différence de potentiel  $V_C - V_D$  comporte une partie de chute ohmique. On annulera celle-ci au préalable en l'absence de champ magnétique en agissant sur le potentiomètre de compensation.
- On place l'échantillon dans l'entrefer d'un électroaimant qui peut produire un champ magnétique B de plusieurs centaines de milli Tesla, avec B perpendiculaire aux grandes faces de l'échantillon.
- Les bobines de l'électroaimant sont traversées par un courant  $I_0$  (alimentation des bobines : 5 V, 5 A). On procédera à la calibration  $B(I_0)$  à l'aide d'une sonde à effet Hall.
- Pour les mesures de  $U$  et  $U_H$  en fonction de la température, on aura besoin de chauffer l'échantillon. Une résistance chauffante est accolée à l'échantillon. Elle doit être alimentée sous une tension  $< 15 \text{ V}$ , ne pas dépasser 3 A. La température de l'échantillon est donnée par un thermocouple de type K, dont une soudure est collée à l'échantillon, l'autre soudure est à la température ambiante. Sa sensibilité est de  $10 \text{ mV K}^{-1}$ . La température monte de façon régulière et il n'est pas possible de l'arrêter à une température donnée. En jouant sur la tension d'alimentation, cette montée peut être rendue plus ou moins rapide : donc on utilisera une alimentation variable de façon à pouvoir moduler la vitesse de chauffe. Les mesures de  $U$  et  $U_H$  sont prises au vol<sup>45</sup> à la montée en température. Attention de ne pas dépasser la température de 425 K.

45. On peut par exemple prendre une photo des appareils de mesure et traités ensuite les données

*Etude de la plaquette non dopée : gap Eg du Germanium* Le but est ici de mesurer le gap du germanium, il n'y a donc pas d'effet Hall et donc pas d'électroaimant mis en jeux.

Du fait de la résistance spécifique élevée du Ge, il est chauffé par la simple application d'un courant transversal qui ne doit pas dépasser  $I = 4 \text{ mA}$ . On note par  $U_{A1}$  la tension à la sonde de température et par  $U_{B1}$  la chute de tension sur le cristal de Ge pour un courant transversal de 2 mA. La conductivité  $\sigma$  s'écrit :

$$\sigma = \frac{2}{U_{B1}} \frac{20}{10 \times 1}$$

et la température en kelvin :

$$T = 100 \frac{U_{A1}}{V} + 273.15$$

Par ailleurs, la probabilité d'un électron de passer de la bande valence à la bande de conduction est régie par la loi de Boltzmann si bien que l'on peut écrire<sup>46</sup> :

$$\sigma = \sigma_0 e^{-E_G/2k_B T}$$

46. Le niveau de Fermi se situe en fait au milieu du gap d'où le facteur 2 dans l'exponentielle de Boltzmann

*Etude de la plaquette de Germanium dopée p* Du fait de la résistance spécifique élevée du Ge, il est chauffé par la simple application d'un courant transversal qui ne **doit pas dépasser** 33 mA. Ne pas oublier au préalable d'annuler  $V_C - V_D$  en l'absence de champ magnétique en agissant sur le potentiomètre de compensation

- Mettre en place l'électroaimant.
- Pour un champ magnétique fixe, mesurer la tension de Hall en fonction du courant transversal  $I$  à travers le cristal de germanium
- Pour un courant fixe, mesurer la tension de Hall en fonction de la densité de flux magnétique
- Pour un champ magnétique et un courant fixe, mesurer les différents paramètres de la mesure en chauffant le semiconducteur.

*Etude de la plaquette de Germanium dopée n* Refaire les mesures de la mesure précédente mais avec la plaquette de Germanium dopée n

*Travail pour le compte-rendu*

- Pour le germanium intrinsèque, Tracer l'évolution du log conductivité  $\sigma$  en fonction de la température  $T$  afin d'en déduire une mesure du gap du germanium. Ce dernier est tabulé à 0.66 eV à 300 K
- Pour le germanium dopé p et celui dopé n
  - Tracer l'évolution de la tension Hall en fonction du courant (tous les autres paramètres étant fixe)
  - Tracer l'évolution de la tension Hall en fonction du champ magnétique (tous les autres paramètres étant fixe)
  - Tracer l'évolution de la tension Hall en fonction de la température.
  - Interpréter chacune de ces courbes à la lumière de l'équation 13.21.

### 13.7 Cycle d'hystérésis d'un matériau ferromagnétique

En cours de rédaction

### 13.8 [Thermométrie : calibration de deux sondes de températures

Le fonctionnement interne de la plupart des capteurs de température repose sur la mesure de résistance électrique. C'est le cas des thermomètres à fil de platine et des thermistances. Nous allons cependant voir que la physique qui régit ces deux résistances est très différente.

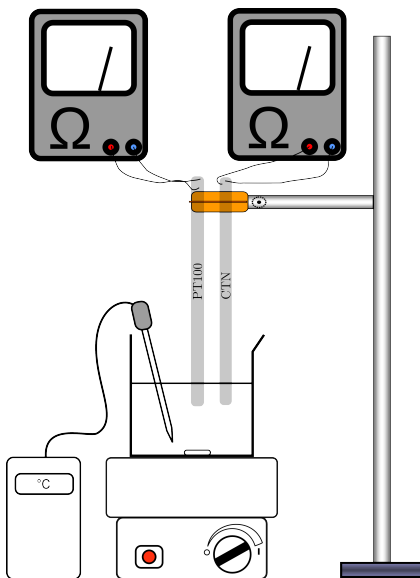


FIGURE 13.6: Expérience de calibration de deux capteurs de température : la résistance de platine TP100 et la thermistance CTN.

47. La résistance de platine est appelée PT100 car sa résistance à 0 °C vaut 100 Ω. L'enveloppe du capteur est en aluminium. Le fil de platine à l'intérieur est évidemment extrêmement petit.

48. Vous pouvez vous aider du livre mis sur moodle.

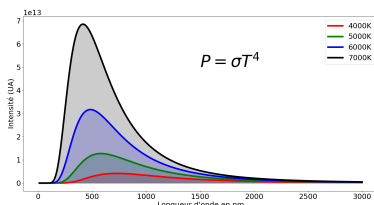


FIGURE 13.7: Evolution du spectre d'un corps noir en fonction de sa température. Noter que l'intégrale sous la courbe (i.e. l'intensité totale) augmente très fortement avec la température (cf  $P = \sigma T^4$ ) et que la longueur d'onde maximale diminue avec la température (loi de Wien)

*Travail expérimental* L'expérience est relativement simple (voir figure 13.6) :

- Plonger dans un b cher rempli d'eau :
    - Une thermistance (CTN). Il s'agit d'un bout de semi-conducteur dont la résistance chute fortement lorsque l'on augmente la température.
    - Une résistance à fil de platine <sup>47</sup> PT100.
    - Un thermomètre électronique (par exemple un thermocouple Ni-CrNi) qui servira de thermomètre d j étalonné.
  - Mesurer la valeur de la résistance de la PT100 et de la CTN en fonction de la température  $T$  de l'eau mesurée grâce au thermocouple. Vous pouvez faire les mesures lors de la montée en température, puis en descente.
- NB : il est aussi possible d'automatiser la mesure.

*Travail pour le compte-rendu*

- Pour les deux capteurs, tracer l'évolution de la résistance avec la température.
- Discuter de la sensibilité des deux capteurs.
 

La sensibilité est définie comme le rapport de la variation de la grandeur du capteur (ici la résistance)   la variation de la grandeur que l'on veut mesurer (ici la température). Lequel des deux capteurs est le plus sensible ?
- Discuter de la précision des deux capteurs.
 

La précision, aussi appelée exactitude, est définie par l'écart en pourcentage que l'on peut obtenir entre la valeur réelle et la valeur obtenue en sortie du capteur. Elle peut être par exemple dépendante de la difficulté de calibration du capteur.
- Expliquer en quelques phrases le principe physique <sup>48</sup> expliquant les variations de la résistance pour le cas PT100 et de la thermistance CTN.

### 13.9 Rayonnement : Vérification de la loi de Stefan-Boltzmann

Nous étudions maintenant les transferts d'énergie sous forme de rayonnement. Tout objet dont la température n'est pas strictement 0 K émet un rayonnement électromagnétique. Son origine est assez



simple : l'agitation thermique met en mouvement de façon incohérente les atomes/molécules constituant l'objet et ces derniers rayonnent. En effet, toute particule chargée en accélération émet un rayonnement électromagnétique.

Ce rayonnement électromagnétique dû à l'agitation thermique est souvent appelé *rayonnement du corps noir*. La répartition spectrale de l'émission a toujours le même profil quelque soit l'objet constituant le corps noir et elle suit la distribution de Planck (voir figure 13.7). Plus le corps a une température élevée<sup>49</sup> et plus le spectre du corps noir se situe dans les hautes énergies (et donc les petites longueurs d'onde). Enfin, l'énergie totale rayonnée par le corps noir est donnée par la loi de Stefan-Boltzmann qui fait l'objet de cette section.

Plus précisément, la loi de Stefan-Boltzmann donne la puissance rayonnée  $P$  par une source en fonction de la température  $T$  de la source. Cette évolution est fortement non linéaire, en puissance 4 :

$$P = \epsilon \sigma T^4 \tag{13.22}$$

Où  $\sigma$  est la constante de Stefan-Boltzmann tabulée à :

$$\sigma_{\text{tabulée}} = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

et  $\epsilon$ , appelée *émissivité*, est un coefficient compris entre 0 et 1 et qui décrit à quel point l'objet rayonnant se comporte comme un corps noir<sup>50</sup>.

Le corps noir étudié ici est un filament en tungstène d'une ampoule<sup>51</sup>. En effet, il est facile et sans danger d'augmenter la température du filament jusqu'à plusieurs milliers de degrés. De plus, il est facile de connaître la température du filament en mesurant sa résistance<sup>52</sup>. On peut néanmoins légitimement se poser la question de savoir si un filament de tungstène est un "bon" corps noir. L'émissivité  $\epsilon$  change beaucoup avec la longueur d'onde émise (ce qui revient à dire sa température). Les données du CRC Handbook of Chemistry and Physics donne une émissivité dans le visible comprise entre 0,38 et 0,46. On a donc affaire à un corps noir assez correct.

On cherche à mesurer la puissance  $P$  rayonnée en fonction de la température  $T$  du filament.

La puissance  $P_{\text{rayonné}}$  est obtenue à partir d'un bilan de puissance :

$$P_{\text{électrique}} + P_{\text{rayonnée - ambiante}} = P_{\text{rayonnée}} + P_{\text{convection}}$$

où  $P_{\text{électrique}}$  est la puissance apportée par l'alimentation électrique et vaut  $P_{\text{électrique}} = UI$  où  $U$  est la tension et  $I$  le courant.  $P_{\text{rayonnée - ambiante}}$  est la puissance que la pièce rayonne vers l'ampoule elle vaut  $P_{\text{rayonnée - ambiante}} = \epsilon S \sigma T_{\text{amb}}^4$  où  $S$  est la surface du filament de tungstène.  $P_{\text{convection}} = k(T - T_{\text{amb}})$  est la puissance perdue par convection à la surface de l'ampoule où  $k$  est la résistance thermique de l'ampoule par rapport à l'environnement. Au total :

$$UI = \epsilon S(T^4 - T_{\text{amb}}^4) + k(T - T_{\text{amb}}) \tag{13.23}$$

49. Il s'agit de la Loi de Wien :

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{T}$$

avec la température  $T$  en kelvin et la longueur d'onde  $\lambda_{\text{max}}$  en mètres.

50. Pour  $\epsilon = 1$ , le système se comporte comme un corps noir (il absorbe toutes les ondes électromagnétiques) et pour  $\epsilon = 0$ , le système se comporte comme un miroir, entre les deux on parle de corps gris. Plus précisément, la valeur de l'émissivité peut dépendre de la longueur d'onde d'absorption/émission ainsi que de l'angle d'absorption/émission.

51. Le filament se trouvant dans l'enceinte close de l'ampoule, il n'y a quasi pas de transfert d'énergie par convection. D'autre part, comme l'ampoule est sous vide partielle, l'échange d'énergie thermique par conduction est très faible. Au bilan, les échanges d'énergie thermique se font quasi-exclusivement ici par rayonnement. Nous tiendrons tout de même compte d'un terme de conduction thermique au niveau de la surface de l'ampoule

52. cf la sonde de température platine PT100, section 13.8 p150

La température  $T$  est connue via la mesure de la résistance  $R(T)$  du filament qui va être évaluée en mesurant la tension  $U$  aux bornes du filament et le courant  $I$  le traversant et en appliquant la loi d'Ohm.

*Travail expérimental* Le montage est schématisé sur la figure 13.8. Il est on ne peut plus simple, il s'agit tout simplement de mesurer la caractéristique  $U - I$  d'une ampoule à filament.

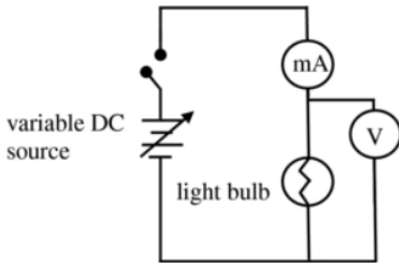


FIGURE 13.8: Schéma de l'expérience

- Mesurer tout d'abord à l'ohmmètre la résistance de l'ampoule, que l'on assimilera dans un premier temps à la résistance  $R_a$  du filament de tungstène à la température ambiante.
- Il est fort probable que le courant qu'envoie le ohmmètre soit déjà suffisant pour chauffer trop fort le filament (par exemple avec une tension de 0.8 V le filament atteint déjà une température de 500 K). Nous allons donc faire une deuxième mesure de la résistance à température ambiante de la résistance. Mesurer le courant parcourant le filament pour une dizaine de tension inférieur à 1 V. La résistance  $R_a$  de l'ampoule à température ambiante est la pente de la courbe  $U$  en fonction de  $I$  tant que cette courbe est bien linéaire. On pensera à ajouter le point  $(U = 0, I = 0)$  aux données expérimentales.

53. Sans dépasser  $\approx 12\text{ V}$  afin de ne pas faire fondre prématurément le filament de tungstène.

- Pour différentes valeurs de la tension<sup>53</sup> appliquées à l'ampoule, mesurer :
    - Le courant parcourant le filament.
    - La tension aux bornes de l'ampoule
- NB : on fera bien attention d'attendre une dizaine de seconde entre chaque mesure pour que l'équilibre thermique ait le temps de s'établir.
- Refaire l'expérience 3 fois.

*Conversion de la résistance vers la température du filament* On trouve dans le CRC Handbook of Chemistry and Physics :

$$\rho_W(T) = 48.0(1 + 4.8297 \times 10^{-3}T + 1.1663 \times 10^{-6}T^2) \approx 48 + \alpha T$$

où  $\rho_W(T)$  est la résistivité en  $\Omega\text{ m}^{-1}$ ,  $\alpha = 0.231825\text{ }\Omega\text{ m}^{-1}\text{ K}^{-1}$  et  $T$  en  $^\circ\text{C}$ .

Un filament  $a$ , lui, pour résistance (ohmique) :

$$R_W(T) = \rho_W(T) \frac{l}{S} \tag{13.24}$$

où  $l$  est la longueur du filament et  $S$  sa surface.

Nous ne connaissons pas a priori  $l$  et  $S$  et il va être difficile de les mesurer. On va, en première approximation, supposer que le ratio  $l/S$  ne change pas avec la température du filament<sup>54</sup>. La première mesure faite à température ambiante avec l'ohmmètre va servir de

54. Cela revient à dire que l'on néglige la dilatation du matériau. Il se trouve que le tungstène a un des coefficients de dilatation les plus faibles parmi tous les éléments. On trouve dans les tables :  $L(T) = L_0(1 + (4.28 \times T + 0.00058 \times T^2) \times 10^{-6})$ , où  $T$  est en celsius et  $L_0$  est la longueur à  $T = 0^\circ\text{C}$

*point de calibration.* Soit  $T_c$  la température de calibration, nous avons alors :

$$R_W(T_c) = (48 + \alpha T_c) \frac{l}{S} \quad (13.25)$$

En divisant l'expression 13.24 par 13.25 et en réarrangeant les termes, nous obtenons :

$$T = \frac{R_W(T)}{R_W(T_c)} \left( T_c + \frac{48}{\alpha} \right) - \frac{48}{\alpha} \quad (13.26)$$

*Travail pour le compte-rendu*

- Tracer la courbe expérimentale  $I$  en fonction de  $U$ , les points seront les valeurs moyennes des 3 mesures et les barres d'erreur l'écart type.
- Obtenir la valeur de la température du filament à partir de l'évolution de la résistance  $R(T)$  avec la température (formule de conversion 13.26)
- Tracer la courbe  $P$  vs  $T$  en transposant les barres d'erreur des mesures sur  $U$  et  $I$ .
- Ajuster la courbe  $P$  vs  $T$  par l'expression<sup>55</sup> :

$$P = A(T^a - T_{\text{amb}}^a) + B(T - T_{\text{amb}})^b \quad (13.27)$$

55. L'exposant  $b$  vaut 1 si les pertes sont due à la conduction et  $b > 1$  si les pertes sont dues aussi à de la convection.

- Retrouve-t-on "la loi en  $T^4$ " ?



*A Diagramme de Mollier*



**PRESSURE - ENTHALPY DIAGRAM  
FOR  
FREON® 22 REFRIGERANT**

IN SI UNITS

SPECIFIC VOLUME  $v$  IN  $m^3/kg$

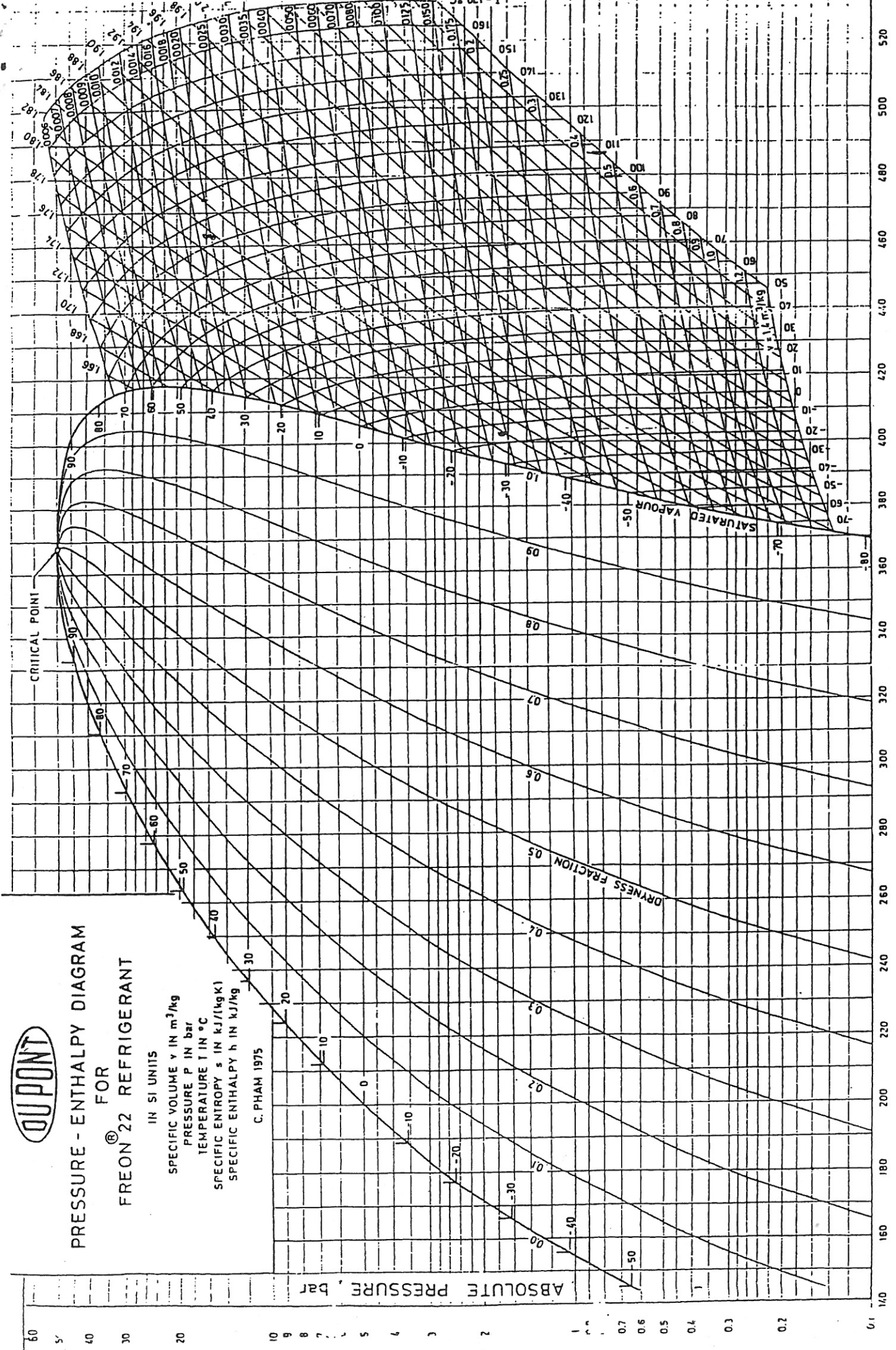
PRESSURE  $P$  IN bar

TEMPERATURE  $T$  IN °C

SPECIFIC ENTROPY  $s$  IN  $kJ/(kg \cdot K)$

SPECIFIC ENTHALPY  $h$  IN  $kJ/kg$

C. PHAM 1975



"FREON" is Du Pont's registered trademark for its fluorocarbon refrigerants

SPECIFIC ENTHALPY

Barone & Charbon 10/12

## *B Liste Materiel*

### *B.1 Optique*

#### *B.1.1 Polarisation*

- 3 Polariseurs
- Une lampe LED
- laser vert
- 5 pieds d'optique
- Une photodiode + alim + oscilloscpe/multimètre.
- Un cristal de Calcite.
- Une lame lambda sur 2 - 532nm (peut être remplacée par une large bande polymère)
- Une lame lambda sur 4 - 532nm (peut être remplacée par une large bande polymère)
- Ecran LCD?
- PMMA Noirci pour l'angle de Brewster.
- Lunettes 3D Cinéma.
- Monture avec du scotch.
- Structure en plexi-glass.
- Cuve + Solution de Glucose.
- Poudre de Lait.

#### *B.1.2 Diffraction*

- Un laser
- Lampe blanche + lentille pur les franges d'Young.
- Une monture porte diapo. Plusieurs monture avec les jetons de diffractions.
- Un appareil photo numérique pour la numérisation des figures.
- Une fente de largeur variable
- Set de jeton ou de diapo avec des motifs
  - Circulaire
  - Double Fente d'Young

- Diapo vide sur laquelle on peut coller un cheveu avec du scotch.
- 
- Réseau 100/300/600 traits par mm
- Un CD, un DVD et un Blu Ray.
- Un rapporteur pour mesurer l'angle de reflexion sur le blue Ray.
- Une lampe mercure et un bloc d'alimentation (transfo).

### B.2 Ondes

1. A remplacer à terme avec un arduino ou un autre microcontrolleur

- Corde de melde qui ne doit pas être démontée + GBF + ampli + ampli mécanique.
- Plaques + vibreur + ampli (pour l'expérience de Chaldni) et sable de Fontenebleau
- Micro + pied de micro (?) + carte son + ordinateur
- Clavier + guitare + diapason avec masselotte
- Cable BNC 100 mètres + GBF Agilent 15MHz<sup>1</sup> + I BNC + T BNC + Boite de résistance 10  $\Omega$ , 1  $\Omega$  et 0.1  $\Omega$
- Cuve à Onde + oscillo.
- Cavité + GBF + oscillo.
- Tube de Kundt + GBF + oscillo.
- Système d'émetteur récepteur à ultrason avec guide d'onde (=tuyaux) en PVC. Emetteur de salve + GBF + Oscillo.

### B.3 Vibration

Eventuellement à doubler.

Une table avec tous les oscillateurs :

- Pendule de Pohl ac *alim* Leboldy
  - Pendules couplés par un ressort avec un moteur pour la numérisation.
  - Double pendule en rotation.
  - Résonateur de Helmholtz :
    - Ballon (verrerie) de chimie
    - Haut parleur + ampli + GBF
    - Micro branché sur l'ordinateur.
  - Une carte Sysam.
  - RLC avec GBF + oscillo
  - Chaîne de RLC
  - 2 Bobines de Helmholtz avec une capa et une LED a
- Oscillateurs  lectriques :
- Plaquette avec capa et condo + resistances.



Les systèmes d'acquisition :

- Ordinateur
- Rosace Eurosmart
- Oscillo + GBF.